

Brennweite einer Kugel

Stephan I. Böttcher

14. Mai 2020

Zusammenfassung

Die Brennweite einer kugelförmigen Linse mit Radius r und Brechungsindex n ist

$$f = \frac{r}{2} \frac{n}{n-1}.$$

Die Brennweite einer *foldscope* Linse ist $f = 1,75$ mm.

Inhaltsverzeichnis

1	Die Linsenschleifergleichung	2
2	Kugellinse	2
3	Strahlengang	4

Abbildungsverzeichnis

1	Konstruktion des Strahlengangs durch eine <i>foldscope</i> Linse.	3
---	---	---

1 Die Linsenschleifergleichung

Eine kugelförmige Grenzfläche zwischen Luft und Glas ist eine Linse mit zwei verschiedenen Brennweiten. Der Radius ist r ist positiv für konvexe Linsenoberflächen. Die Luft habe den Brechungsindex $n_{\text{Luft}} = 1$. Das Glas habe den Brechungsindex n . Die Brennweite auf der Luftseite ist

$$f = \frac{r}{n - 1}. \quad (1)$$

Die Brennweite auf der Glasseite ist

$$f' = \frac{nr}{n - 1}. \quad (2)$$

Wenn man zwei dünne Linsen mit den Brennweiten f_1 und f_2 im Abstand d aufstellt, dann erhält man ein Linsensystem mit der Brennweite

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d}. \quad (3)$$

Eine Linse besteht aus zwei kugelförmigen Grenzflächen mit den Radien r_1 und r_2 . Mit den luftseitigen und glasseitigen Brennweiten f_1 , f_2 , f'_1 und f'_2 wird die Gleichung (3) zu

$$f = \frac{f'_1 f'_2}{f'_1 + f'_2 - d}. \quad (4)$$

Das kann mit Hilfe der Abbeschen Invariante hergeleitet werden. Siehe [1]. Mit den Brennweiten aus den Gleichungen (1) und (2) ergibt sich die Linsenschleifergleichung für die Brechkraft einer Linse

$$D = \frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} - \frac{n - 1}{n} \frac{d}{r_1 r_2} \right). \quad (5)$$

2 Kugellinse

Für eine kugelförmige Linse gilt $r_1 = r_2 = r$, und $d = 2r$. Eingesetzt in (5) bekommen wir

$$f = \frac{r}{2} \frac{n}{n - 1}. \quad (6)$$

3 Strahlengang

Im Bild 1 ist die Kontruktion einer Abbildung durch eine *foldscope* Linse gezeigt. Zwei dünne Linsen in blau mit den inneren und äußeren Brennweiten f_i und f_a sind im Abstand $d = 2r$ gezeichnet. Ein willkürlich gewählter Gegenstand, links in grün, wird durch beide Linsen abgebildet. Die Mittelpunktstrahlen helfen bei der Konstruktion nicht, weil diese am Mittelpunkt der Glasoberflächen gebrochen werden. Die Abbildung der ersten Oberfläche ist in rosa gezeichnet, die der zweiten in türkis. In rot sind Brennpunktstrahl und Parallelstrahl der Gesamtanordnung konstruiert, mit Brennpunkten und Brennweite. Die Hauptebenen fallen in der Kugelmitte zusammen.

Literatur

- [1] [https://de.wikipedia.org/wiki/Linse_\(Optik\)#Brennweite_und_Hauptebenen](https://de.wikipedia.org/wiki/Linse_(Optik)#Brennweite_und_Hauptebenen)