

Praktikum Physik für Naturwissenschaftler  
Stephan I. Böttcher  
Die Vergrößerung einer Lupe und anderer optischer Instrumente

1. **Vergrößerung einer Linsenabbildung.**

Bei der Abbildung eines Gegenstands  $G$  durch eine Linse  $L$  auf eine Bild  $B$  ergibt sich die Vergrößerung  $\Gamma_L$  aus den Abständen  $g$  und  $b$  vom Gegenstand und Bild zur Linse:

$$\Gamma_L = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}. \quad (1)$$

Das folgt aus der Definition der Vergrößerung als Verhältnis der Bildgröße  $B$  zur Gegenstandsgröße  $G$  und dem Strahlensatz.

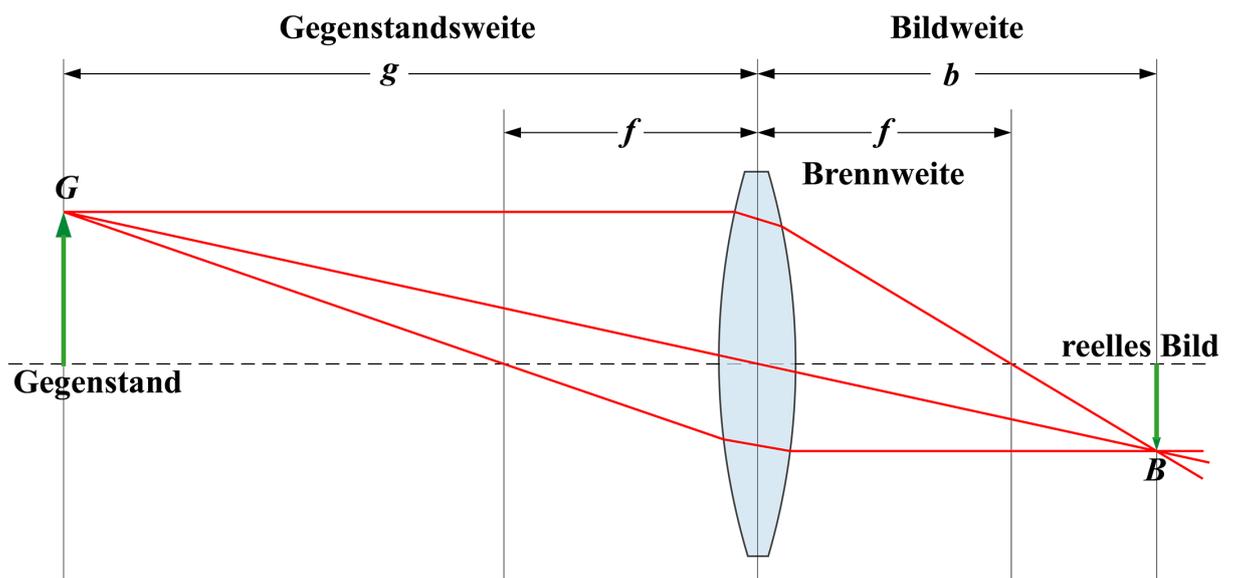
Gegenstandsweite  $g$ , Bildweite  $b$  und Brennweite  $f$  sind durch die Linsengleichung verknüpft

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}. \quad (2)$$

Alle drei Längen können positiv, negativ oder unendlich sein, nicht jedoch Null. Für die gezeigte Abbildung durch eine Sammellinse sind alle Längen positiv.

**Fragen:**

- Stelle die Linsengleichung um nach  $b$ , mit nur einem Bruch im Endergebnis.
- Was ist ein reelles Bild?
- Wie heißt ein nicht reelles Bild?
- Kann eine Zerstreuungslinse ein reelles Bild erzeugen?
- Stelle einen Gegenstand in die Brennebene,  $g = f$ . Wo ist das Bild?



[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Sammellinse\\_Skizze.png](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Sammellinse_Skizze.png)

## 2. Vergrößerung eines Fernrohrs.

Ein Fernrohr besteht aus zwei Linsen, einer Sammellinse als Objektiv und einer beliebigen Linse mit betragsmäßig kleinerer Brennweite als Okular. Die Linsen sind so angeordnet, daß zwei Brennpunkte der Linsen zusammenfallen.

Der Gegenstand ist unendlich weit entfernt,  $g_1 = \infty$ . Aus der Linsengleichung folgt, daß das Zwischenbild des Objektivs in dessen Brennpunkt liegt,  $b_1 = f_1$ . Nun liegt das Zwischenbild auch im Brennpunkt des Okulars,  $g_2 = f_2$ , daraus folgt, daß das Bild des Fernrohrs im Unendlichen liegt,  $b_2 = \infty$ .

Die Vergrößerung kann also nicht als Verhältnis von Bildgröße zur Gegenstandsgröße definiert werden, beide sind unendlich.

Die Vergrößerung eines Teleskops  $\Gamma_T$  ist definiert als das Verhältnis der Sehwinkel

$$\alpha_1 = \frac{Z}{f_1}, \quad (3)$$

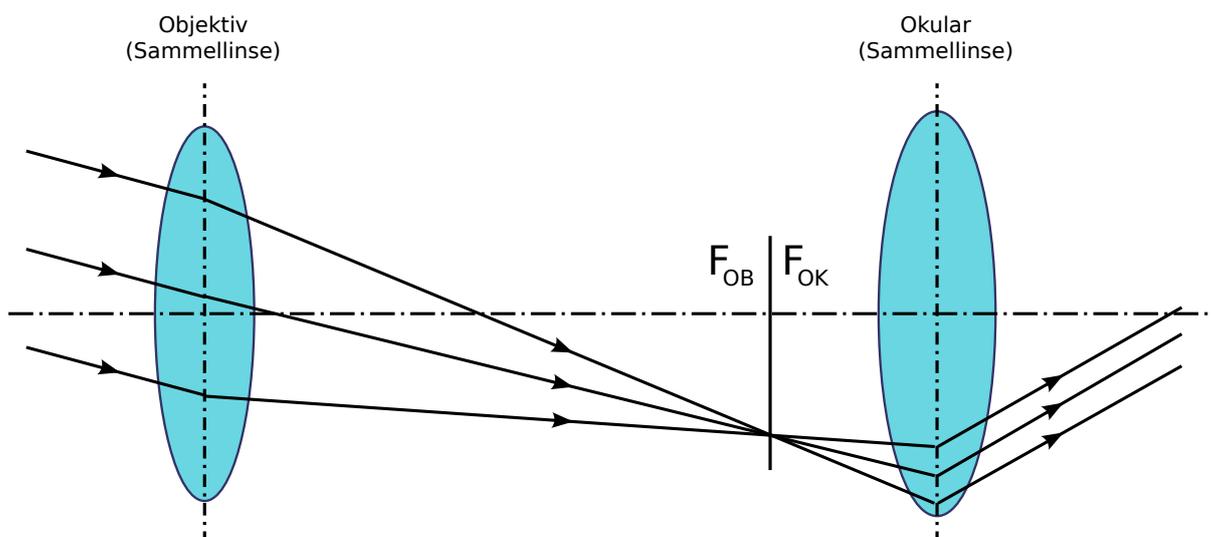
$$\alpha_2 = \frac{Z}{f_2}, \quad (4)$$

$$\Gamma_T = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{f_1}{f_2}, \quad (5)$$

und ergibt sich letztlich aus dem Verhältnis der Brennweiten von Objektiv und Okular.

### Fragen:

- Was sind die Vorteile eines Keplerschen Fernrohrs mit  $f_2 > 0$ .
- Was sind die Vorteile eines Galileischen Fernrohrs mit  $f_2 < 0$ .
- Was sind die Vorteile eines Spiegelteleskops?



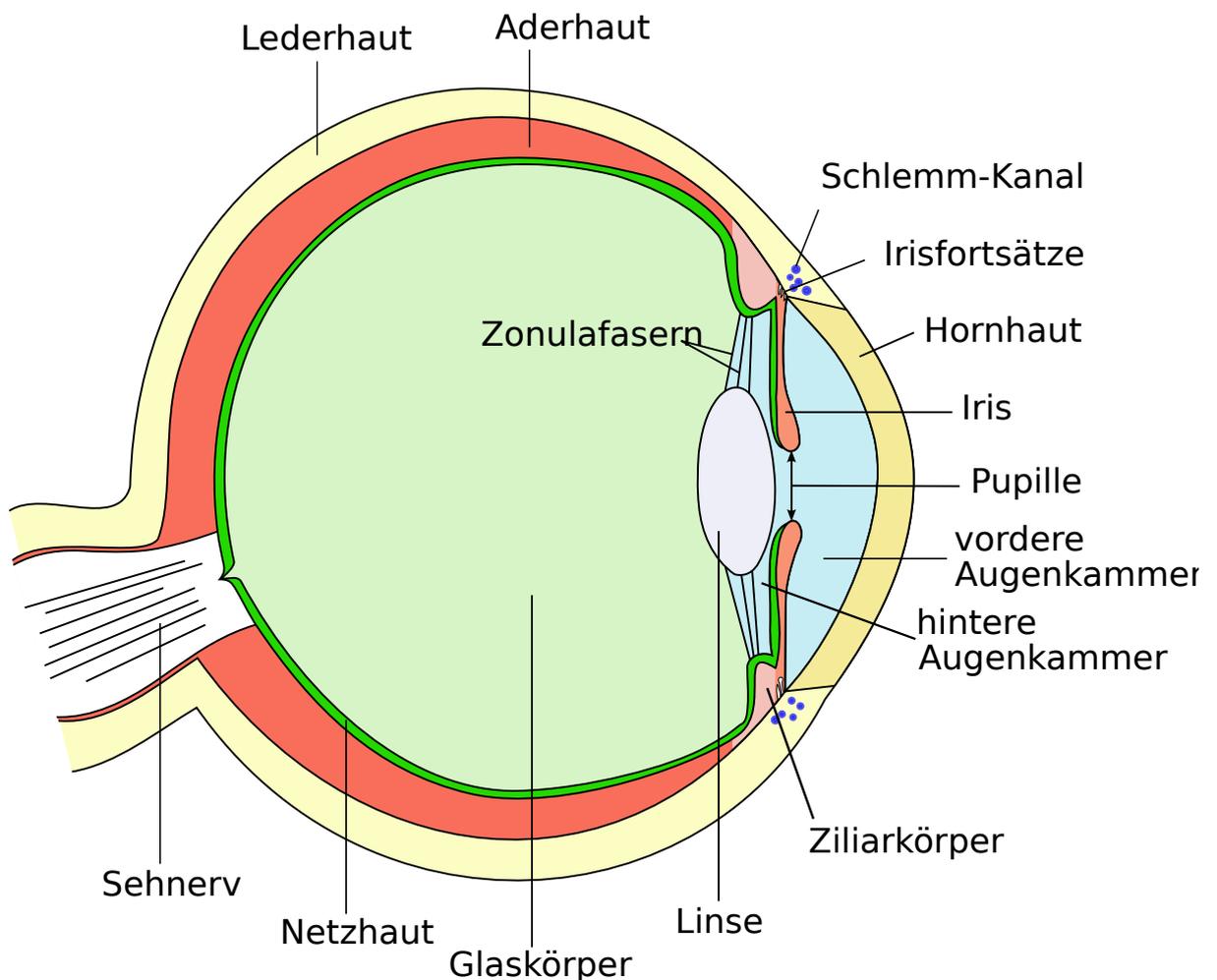
[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kepler-Fernrohr\\_\(Schema\).svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kepler-Fernrohr_(Schema).svg)

### 3. Auge

Das Auge kann nur Dinge sehen, die unendlich weit weg sind. Objekte die näher dran sind werden unscharf. Junge Augen können die Brennweite der Augenlinse durch Muskelkraft verkleinern und so auch nahe Objekte scharf sehen. Der Autor erinnert sich noch an diese Zeit, heute nutzt er Lesebrillen zu diesem Zweck. Eine Lupe funktioniert wie eine Brille.

#### Fragen:

- Was ist eine Dioptrie?
- Welche Brechkraft hat ein Auge?
- Welche Brennweite hat eine Fensterscheibe?



[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Eye\\_scheme.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Eye_scheme.svg)

#### 4. Vergrößerung einer Lupe.

Eine Lupe ist eine Sammellinse und bildet ein nahes Objekt ins Unendliche ab. Dazu wird das Objekt in den Brennpunkt der Lupe gebracht, und die Lupe sehr nah ans Auge.

Die Vergrößerung einer Linsenabbildung ist ungeeignet um die Vergrößerung  $\Gamma_B$  einer Lupe zu definieren, die Bildweite ist unendlich, also wäre auch die Vergrößerung unendlich. Das Bild ist ja auch unendlich groß.

Die Sehwinkel sind mit und ohne Lupe gleich. Verwendet man die Definition wie für das Fernrohr, dann ergibt sich eine Vergrößerung von eins. Das Bild erscheint mit und ohne Lupe gleich groß.

Ohne Lupe ist es nur nicht scharf, es sei denn, das Auge ist kurzsichtig oder jung genug. Ohne Lupe muss das Objekt weiter vom Auge entfernt werden, bis zur kleinsten Entfernung  $d_0$  in der es scharf gesehen werden kann. Mit Lupe steht es in der Entfernung  $f$  vor der Linse. Die Entfernung der Linse zum Auge ist irrelevant, da das Bild ja unendlich weit weg ist. Die Linse ist direkt vor dem Auge um ein großes Sichtfeld zu haben.

Die Vergrößerung der Lupe ergibt sich also daraus, daß der Gegenstand näher an das Auge gebracht werden kann, und damit ergibt sich ein größerer Sehwinkel,

$$\Gamma_B = \frac{d_0}{f}. \quad (6)$$

Das ist keine Physik sondern Physiologie. Die Vergrößerung hängt von den Eigenschaften des Auges ab, der Wert  $d_0$  ist für jedes Auge verschieden, altersabhängig und hängt auch von den Lichtverhältnissen ab.

**Frage:**

- Welche Brennweite muss eine Linse haben, um für Deine Augen eine fünffache Vergrößerung zu bieten?

### 5. Vergrößerung eines Mikroskops.

Das Okular eines Mikroskops fungiert als Lupe. Das Objektiv macht eine endliche Linsenabbildung. Die Vergrößerung ist das Produkt der Vergrößerungen beider Linsen. Die Objektivvergrößerung  $\Gamma_1$  ergibt sich aus der Objektivbrennweite  $f_1$  und der Tubuslänge  $t$ , die den Abstand der Brennpunkte der beiden Linsen angibt.

$$b_1 = f_1 + t, \quad (7)$$

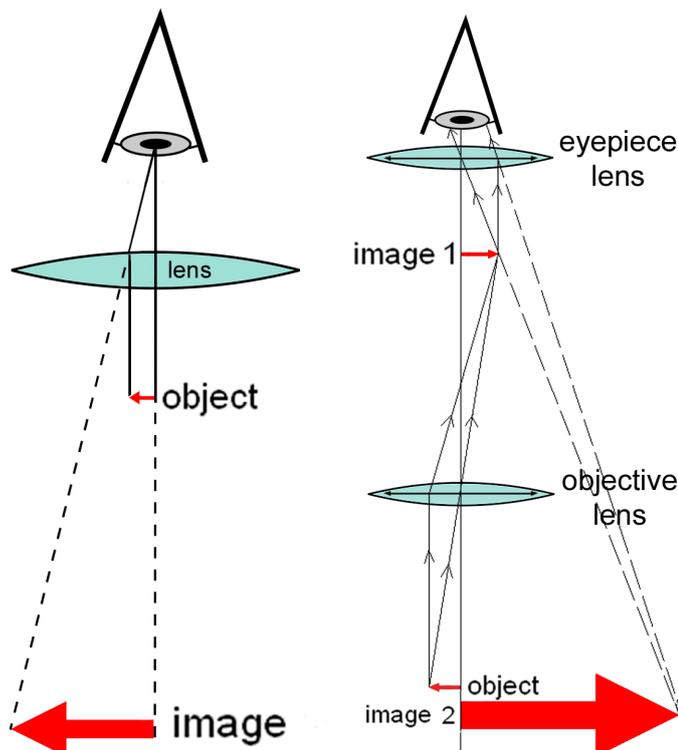
$$\Gamma_1 = \frac{b_1}{g_1} = \frac{t}{f_1}. \quad (8)$$

Die Mikroskopvergrößerung  $\Gamma_M$  ist um so höher je kleiner die Brennweiten der Linsen sind

$$\Gamma_M = \Gamma_1 \Gamma_2 = \frac{td_0}{f_1 f_2}. \quad (9)$$

**Frage:**

- Die Okulare der Mikroskope im Praktikum sind beschriftet mit „10×“ und „18 mm“. Wie groß ist  $d_0$ ?
- Diese Abbildungen zeigen kurzsichtige Augen. Warum?



[https://en.wikipedia.org/wiki/File:Microscope\\_simple\\_diagram.png](https://en.wikipedia.org/wiki/File:Microscope_simple_diagram.png)

[https://en.wikipedia.org/wiki/File:Microscope\\_compound\\_diagram.png](https://en.wikipedia.org/wiki/File:Microscope_compound_diagram.png)