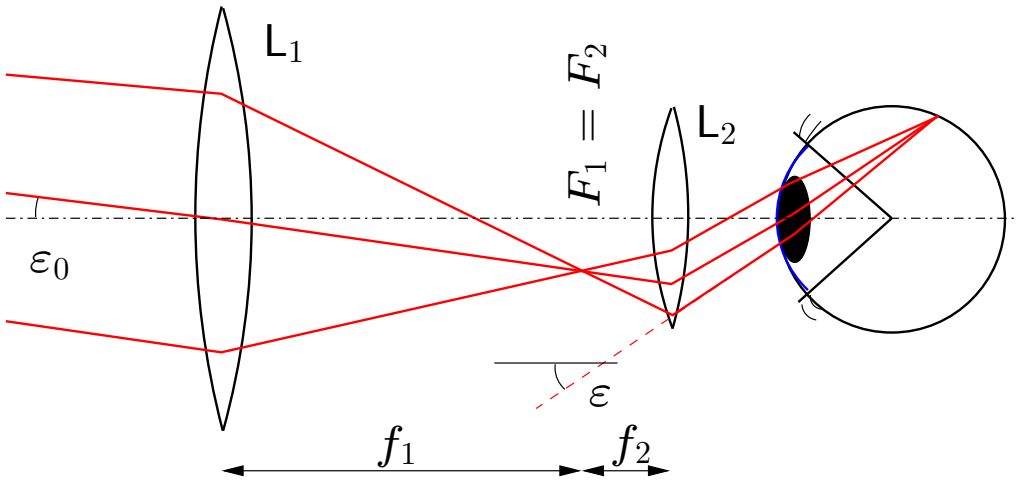
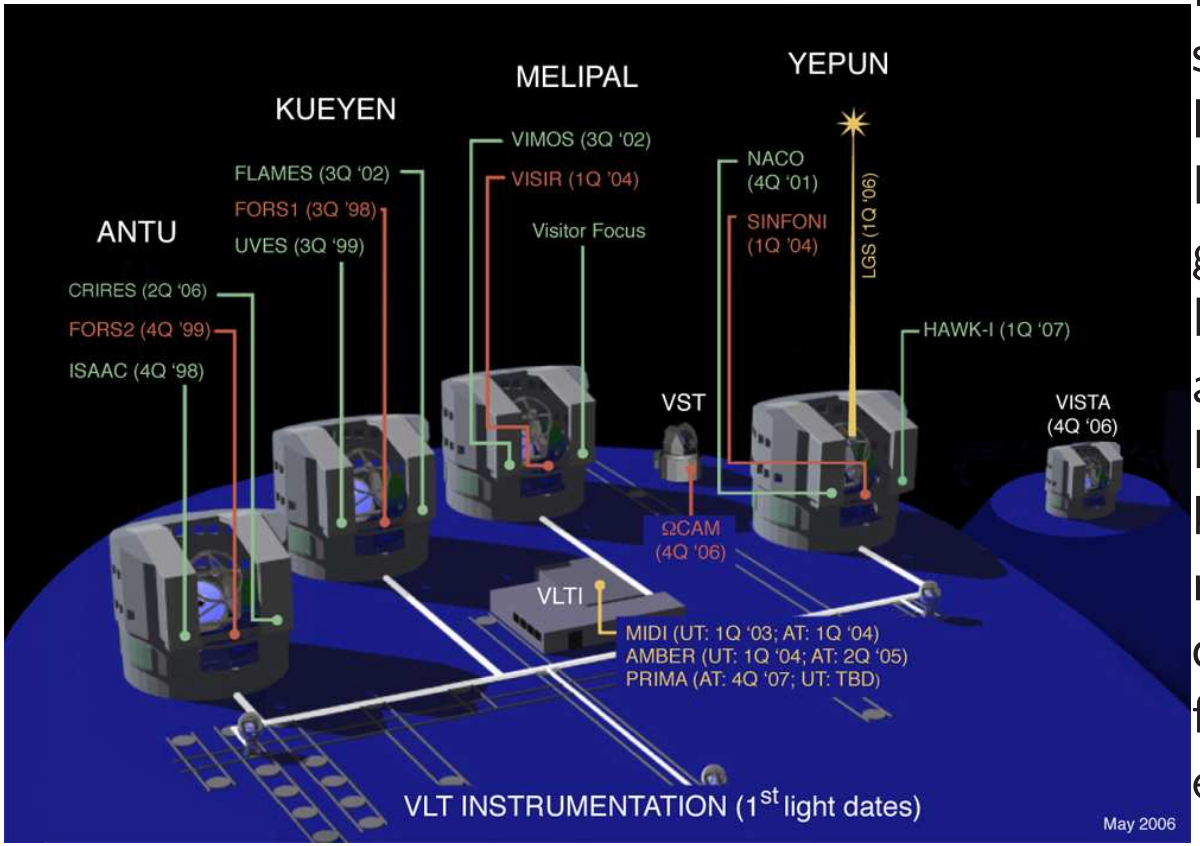
Das Teleskop/Fernrohr



Das Teleskop ist ein System von (mindestens) zwei Linsen, wovon eine eine sehr große Brennweite f_1 hat. Sie bildet ein sehr weit entferntes Objekt in der Brennebene auf ein reelles Bild B ab. Dieses wird durch die zweite Linse wie durch eine Lupe vergrößert betrachtet. Die Winkelvergrößerung ergibt sich für sehr weit entfernte Objekte zu

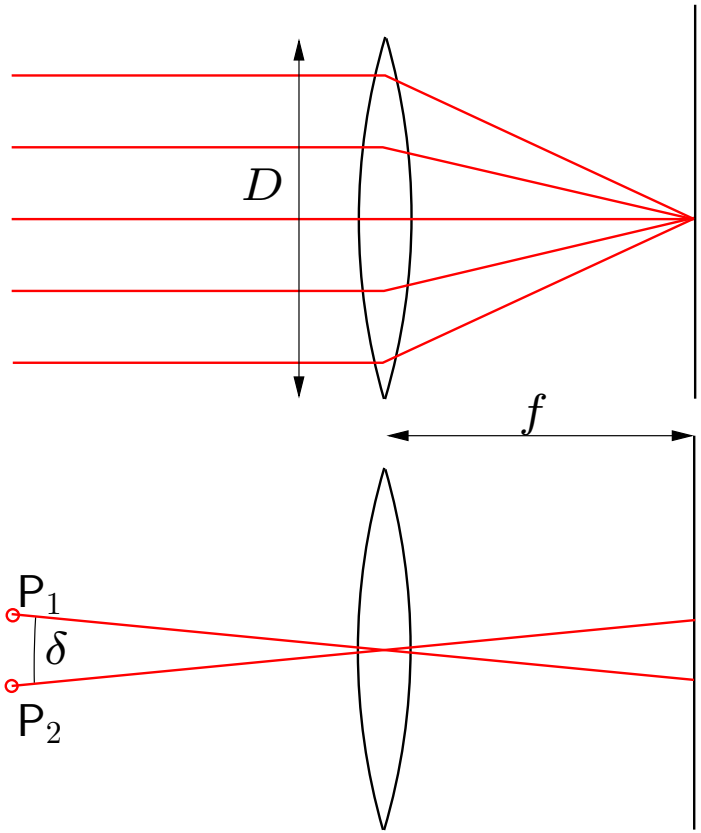
$$V = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{B}{f_2\varepsilon_0} = \frac{f_1\varepsilon_0}{f_2\varepsilon_0} = \frac{f_1}{f_2}.$$

Um das Auf-dem-Kopfstehen bei Teleskopen zu verhindern verwendet man oft statt einer Sammellinse L_2 eine Zerstreuungslinse.

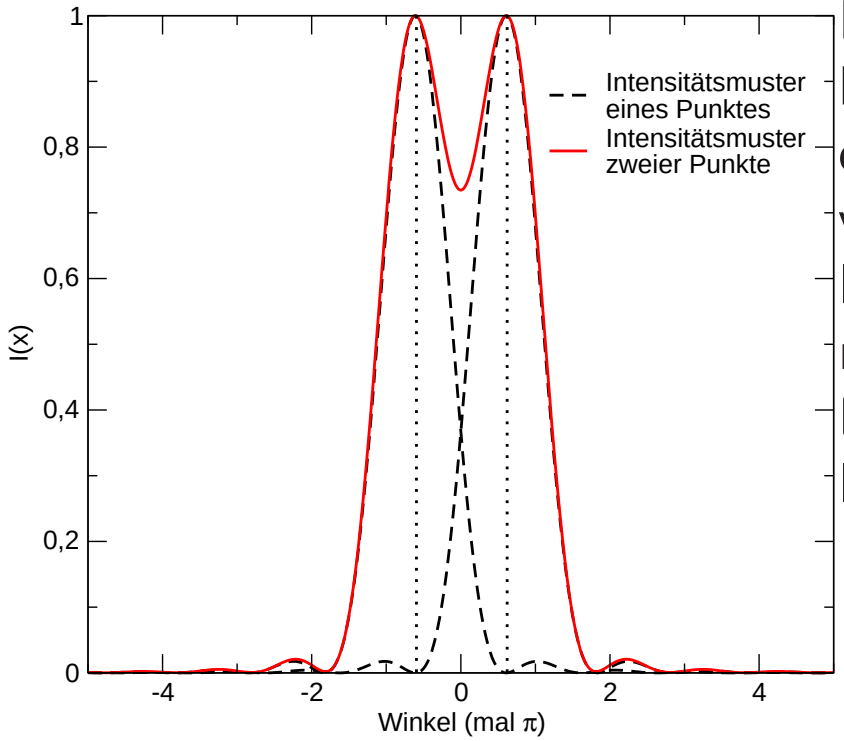


In der Astronomie sind Linsenteleskope nicht mehr gebräuchlich. Um möglichst viel Licht zu sammeln werden große Hohlspiegel eingesetzt. Links das VLT der ESO am Cerro Paranal in Chile. Die vier 8-m Spiegel ergeben kombiniert die Lichtstärke eines 16-m Teleskopes. Andererseits können sie auch für interferometrische Studien eingesetzt werden.

Auflösungsvermögen eines Fernrohrs



Teleskope mit Linsen- oder Spiegeldurchmesser kleiner als ~ 10cm haben eine Auflösung, die durch Beugungseffekte limitiert wird. Seien P_1 und P_2 zwei Punkte (Sterne), die vom Teleskop aus unter einem Winkel δ erscheinen. Das durch die Linse erzeugte Bild eines unendlich weit entfernten einzelnen Sterns ist nicht ein Punkt, sondern ein Beugungsmuster, welches durch die Blendenöffnung (Linsendurchmesser) definiert wird. Das Bild der beiden Sterne ist also eine Überlagerung der beiden Beugungsmuster.

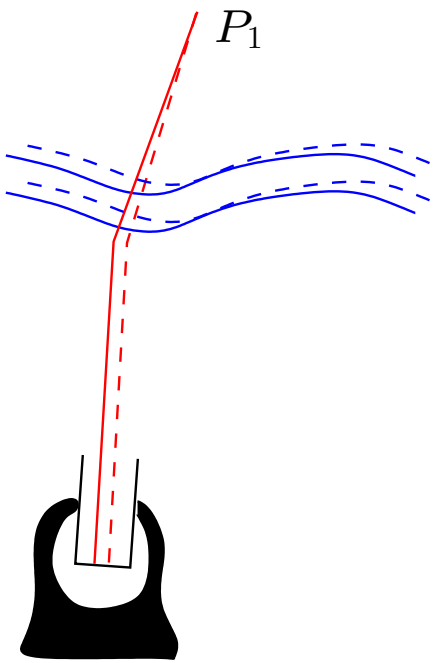


Die beiden Sterne (Punkte) P_1 und P_2 können gerade noch aufgelöst werden, wenn das Hauptmaximum der Intensitätsverteilung von P_1 nicht weiter als das erste Minimum der Intensitätsverteilung von P_2 von dessen Maximum entfernt ist. Dies ist das sog. **Rayleigh-Kriterium** für die Auflösung eines optischen Instrumentes. Das Intensitätsmuster

$$I(x) = I_0 \left(2\frac{J_1(x)}{x} \right)^2$$

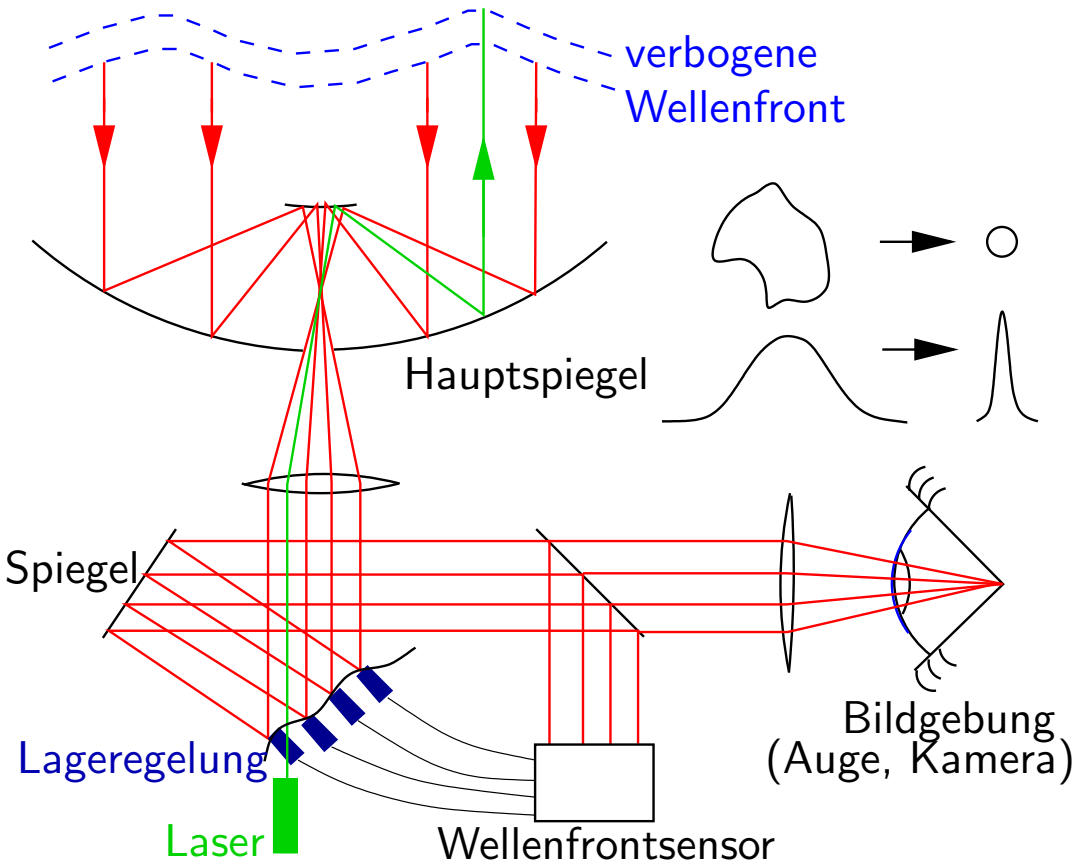
hat Nullstellen bei $x_1 = 1,22\pi$, $x_2 = 2.16\pi, \ldots$. Das Auflösungsvermögen eines Fernrohrs ist also maximal

$$R = \frac{1}{\delta_{\min}} = \frac{D}{1,22\lambda}.$$



In der Praxis wird dieses Auflösungsvermögen durch gewöhnliche Teleskope mit $D > 10$cm nicht erreicht. Der Grund dafür ist atmosphärische Turbulenz. Die dabei auftretenden Dichteschwankungen führen wegen der damit einhergehenden Schwankung des Brechungsindexes zu einer Ablenkung des Lichtes, das Bild "zittert" in der Bildebene, eine lange Expositionsdauer führt zu einem verschwommenen Bild. Die Abbildung links zeigt zwei Strahlengänge zu zwei verschiedenen Zeiten t_1 und t_2. Dieses Problem kann auf zwei Arten behoben werden, der klassischen **Speckle-Interferometrie** oder durch **adaptive Optik**. Bei den neusten landgestützten Teleskopen mit adaptiver Optik wird diese aufgrund des Bildes von hellen Vordergrundsternen laufend "scharf gestellt" und es werden damit Auflösungen erreicht, die fast ausschließlich beugungsbegrenzt ("diffraction limited") sind. Bei weltraumgestützten Teleskopen (Hubble, JWST) treten diese Effekte nicht auf.

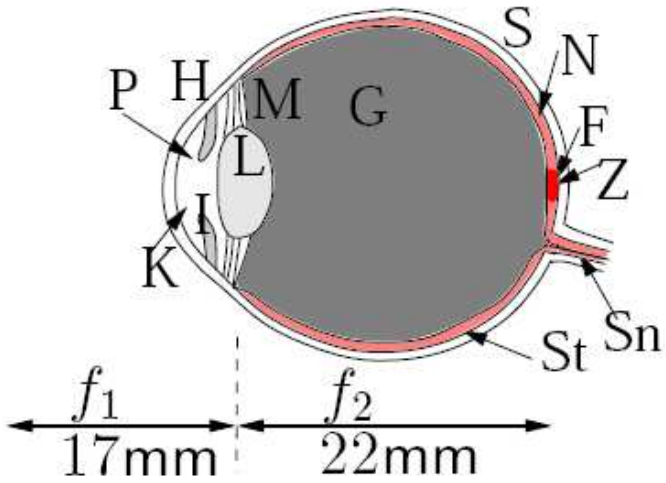
Aktive und Adaptive Optik



Ein klassisches 4-m Teleskop erreicht auch an den besten Sternwarten aufgrund des atmosphärischen "Seeings" nur eine Auflösung die etwa eine Größenordnung unterhalb der beugungsbedingten liegt. Damit wird die Intensität im Bild eines Sterns zwei Größenordnungen schwächer als beugungsbedingt möglich. Diese unbefriedigende Situation wurde in den 80-er Jahren angegangen, 1989 wurde das erste große Teleskop mit aktiver Optik, das

ESO 3,5m New Technology Telescope in La Silla in Betrieb genommen. Es bewegt optische Subsysteme mit relative kleinen Frequenzen von typisch 0.05 Hz. Diese aktive Technologie wird für die 8.2m Teleskope des VLT und das segmentierte 10m Keck-Teleskop verwendet.
In der adaptiven Optik muss die Phasenverschiebung von wenigen μm auf ca. 1/50 μm alle ms korrigiert werden. Dazu wird ein kleiner Sekundärspiegel aktiv mit piezoelektrischen Aktuatoren bewegt. Das Signal für die Steuerung wird über einen Wellenfrontsensor aufgenommen, der dieselbe Anzahl Öffnungen aufweisen muss, wie Aktuatoren anzusteuern sind. Dazu wird, wenn möglich, die Wellenfront eines Referenzsterns oder des Objektes selber verwendet. Ist dies nicht möglich, wird mit einem starken Laser ein künstlicher "Referenzstern" erzeugt. Der Strahl eines Natriumlaser wird in ca. 90km Höhe in der Mesosphäre fokussiert, wo er Natriumatome anregt, welche ihrerseits dann Fluoreszenzlicht aussenden, welches als Punktquelle ("Referenzstern") dient. Alternativ wird ein Laser auf 10-20km fokussiert, wo sein Licht an Molekülen und Aerosol und Staubpartikeln streut.

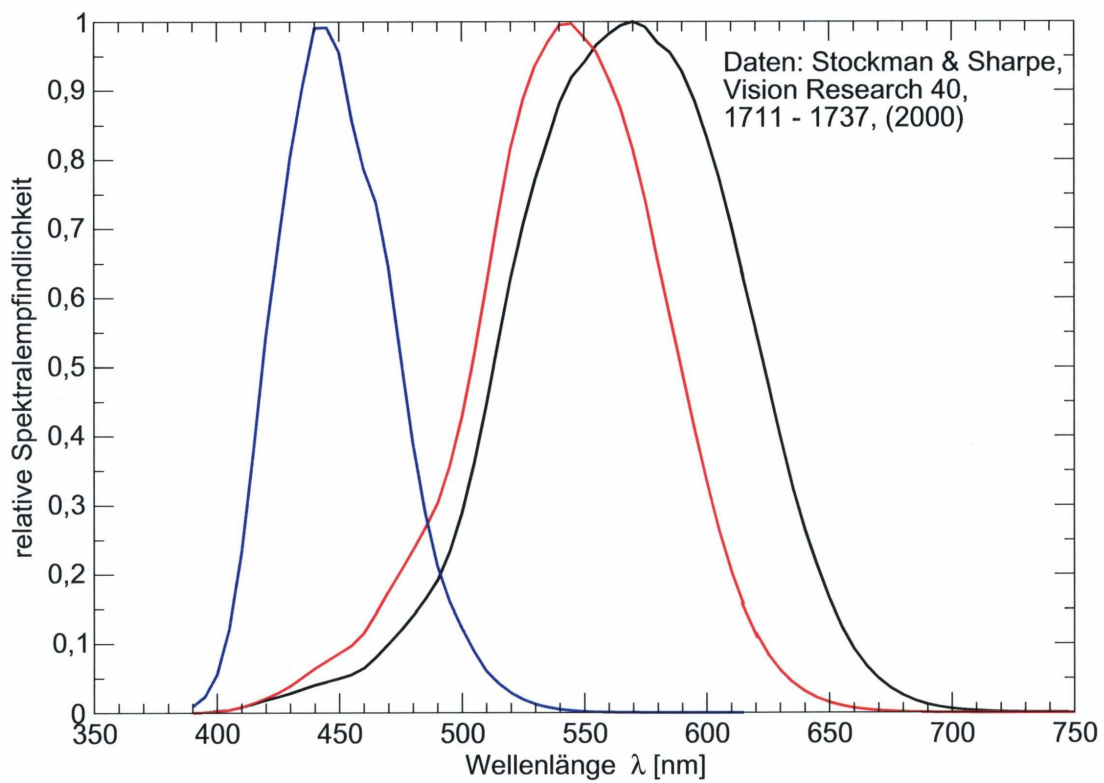
Optische Instrumente: Das Auge



Das menschliche Auge ist ein höchst komplexes Gebilde, welches wohl auf elementaren optischen Prinzipien beruht, aber durch die Ausführung besticht. S: Sklera (Sehnenhaut, undurchsichtig weiß), H: Cornea (Hornhaut), I: Iris (Regenbogenhaut), P: Pupille, K: Augenkammer, L: Augenlinse, M: Augenmuskel, G: Glaskörper, N: Netzhaut, F: Fovea (Zone schärfsten Sehens), St: Stäbchen, Z: Zäpfchen, Sn: Sehnerven. Die verschiedenen Brennweiten vor und hinter der Augenlinse kommen sowohl durch die verschiedenen Krümmungsradien als auch durch die verschiedenen Brechungsindizes der angrenzenden Medien (Luft in 1 und Flüssigkeit in 2) zustande. In der Zone des schärfsten Sehens konzentrieren sich fast ausschließlich die farbempfindlichen Zäpfchen, während sich die wesentlich lichtempfindlicheren Stäbchen gegen den Rand der Netzhaut hin konzentrieren.

Photorezeption

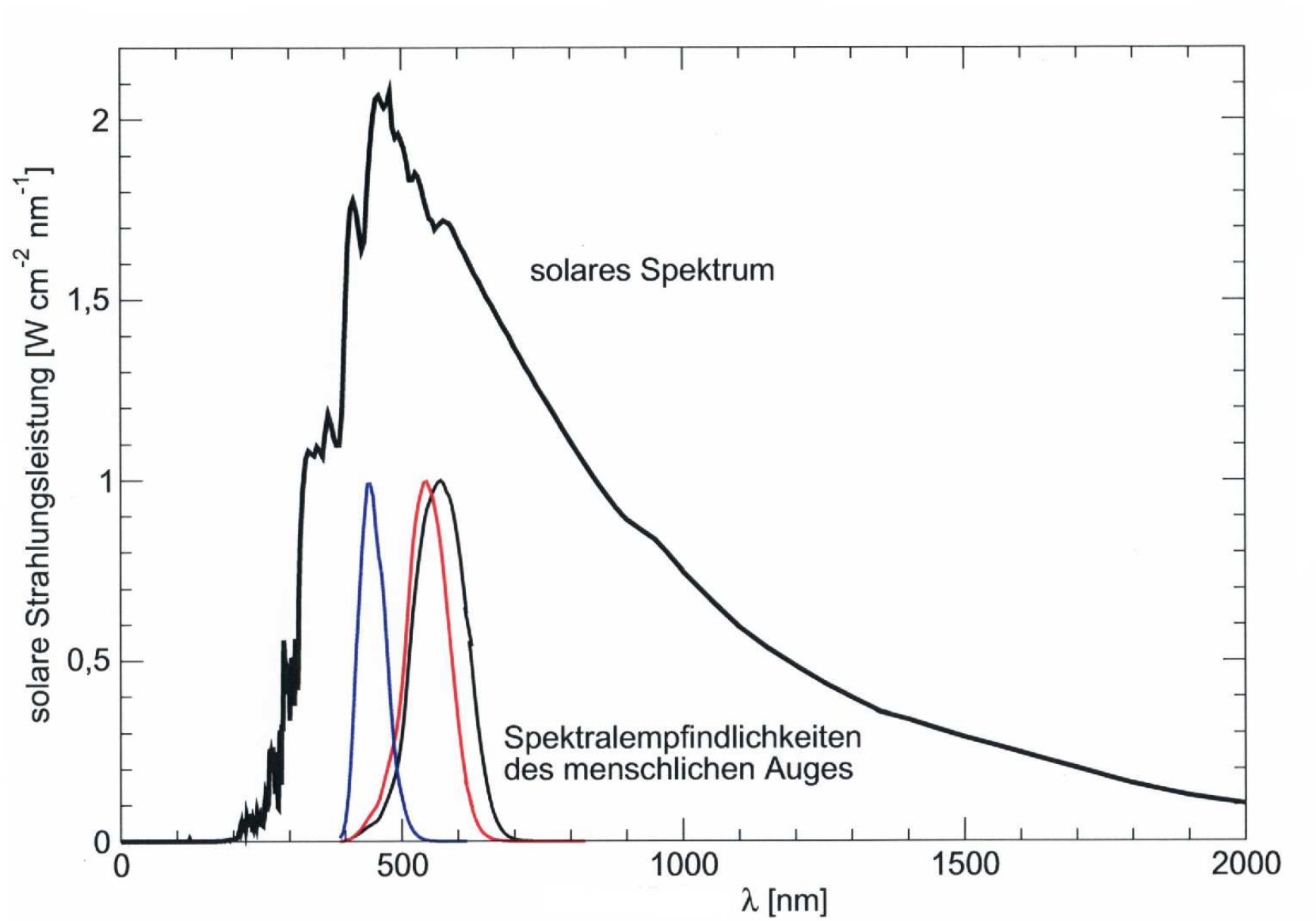
Die abbildenden Eigenschaften des Augen wären natürlich sinnlos, wenn wir das auftreffende Licht nicht irgendwie verarbeiten würden. Dabei teilen sich Hirn (Sehzentrum) und Auge in den Aufgaben. In der Netzhaut eingelassen sind die farbempfindlichen Zäpfchen und die hell-dunkel empfindlichen Stäbchen. Die Dichte der Zäpfchen erreicht in der Fovea Werte zwischen 50.000 pro mm^2 und über 300.000 pro mm^2, je nach Auge. Dies entspricht einem durchschnittlichen Abstand zwischen 2 und 5 μm. Die Dichte der Stäbchen streut weniger und liegt zwischen 160.000 und 190.000 pro mm^2. (Angaben: Curcio, C.A. & Allen, K.A., *Topography of ganglion cells in human retina*. J. Comp. Neurology 293, (1990)). In den Zäpfchen und Stäbchen ändern beim Auftreffen von Photonen gewisse Pigmente (Rhodopsin) ihre Form innerhalb von wenigen ps. Dies ruft wiederum eine Veränderung in bestimmten Enzymen hervor, welche wiederum sog. "zyklische GMP-Moleküle" hydrolisieren, welche den Natriumkanal in den optischen Nerven beeinflussen und so letztlich einen Nervenimpuls hervorrufen.

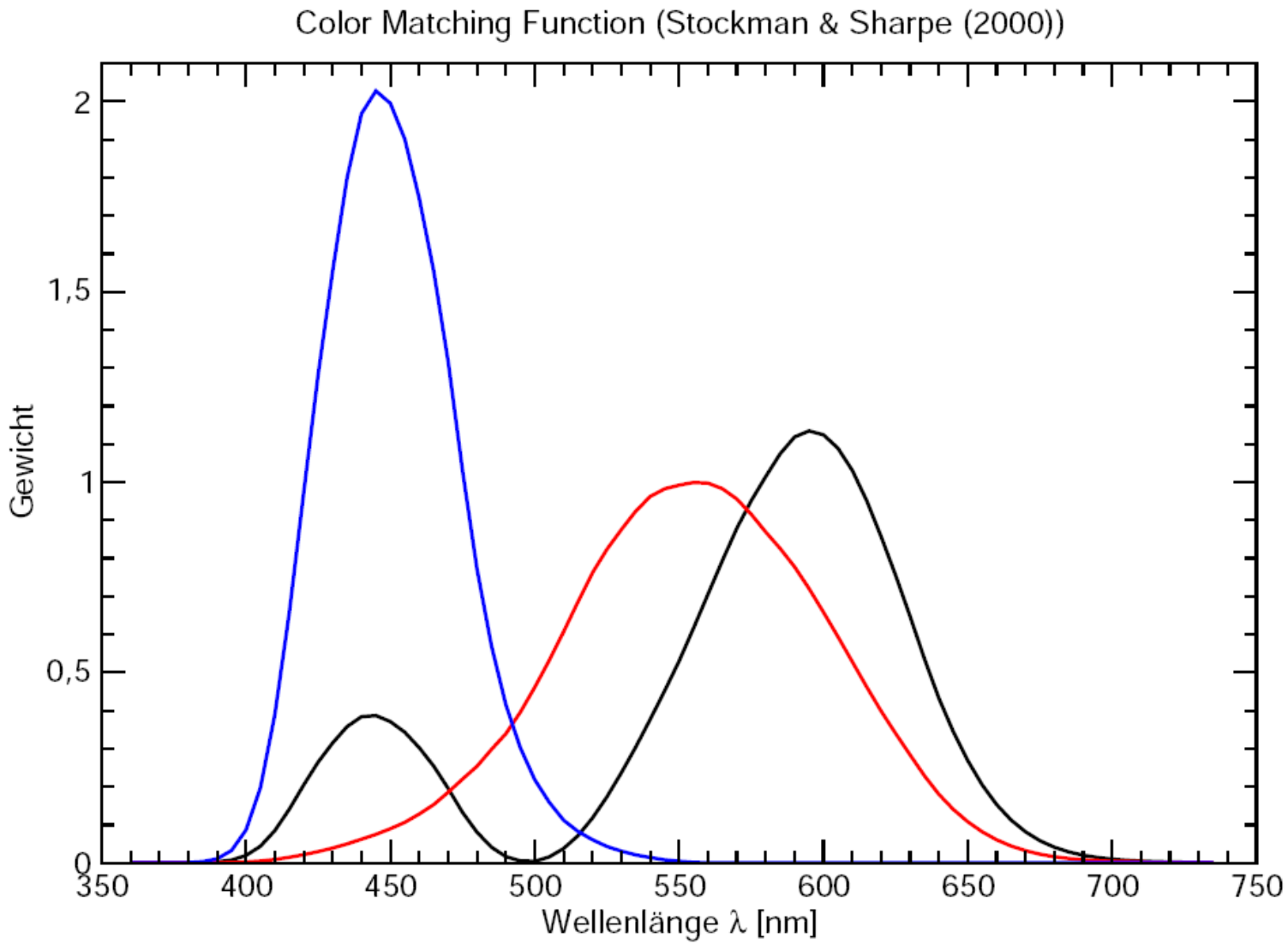


Die Stäbchen sind dunkeladaptierte (skoptische) Zellen, die bei einer Wellenlänge von etwa 500 nm besonders empfindlich sind. Die Zäpfchen unterscheiden sich in drei verschiedenen Sorten, mit je einer eigenen Empfindlichkeitskurve. Das Hirn setzt die Information aus den einzelnen Nervensignalen über eine Farbzuordnungsfunktion zu einem Farbbild zusammen.

Mehr dazu z. B. unter der Webseite http://cvision.ucsd.edu/index.htm.

Solares Spektrum und Spektralempfindlichkeiten des menschlichen Auges:




Color Matching Function (Stockman & Sharpe (2000))
Gewicht
2
1,5
1
0,5
0
350
400
450
500
550
600
650
700
750
Wellenlänge λ [nm]

Auflösungsvermögen des Auges

Betrachten wir einen Gegenstand der Größe G in einem Abstand g, so erscheint er uns unter einem Winkel ϵ,

$$\tan\frac{\epsilon}{2} = \frac{1G}{2g} \rightarrow \ \epsilon \approx \frac{G}{g}.$$

Der Bildabstand b von der Hauptebene der Augenlinse beträgt dann nach Linsengleichung

$$\frac{f_1}{g} + \frac{f_2}{b} = 1,$$

weil der Brechungsindex im Auge anders ist als vor dem Auge ($f_1 \neq f_2$). Nun ist ja b fest vorgegeben und folglich muss die Brennweite f des Auges verstellbar sein. Wir können Gegenstände bis ca. 10 cm vor unseren Augen noch scharf sehen (Akkomodation des Auges). Der kleinste auflösbare Sehwinkel ϵ_0

ist einerseits durch Beugungseffekte an der Pupille (siehe später) und durch den durchschnittlichen Abstand der Zäpfchen in der Fovea bestimmt. Dieser beträgt 2 bis 5 μm, der Bildabstand ca. 2 cm, also

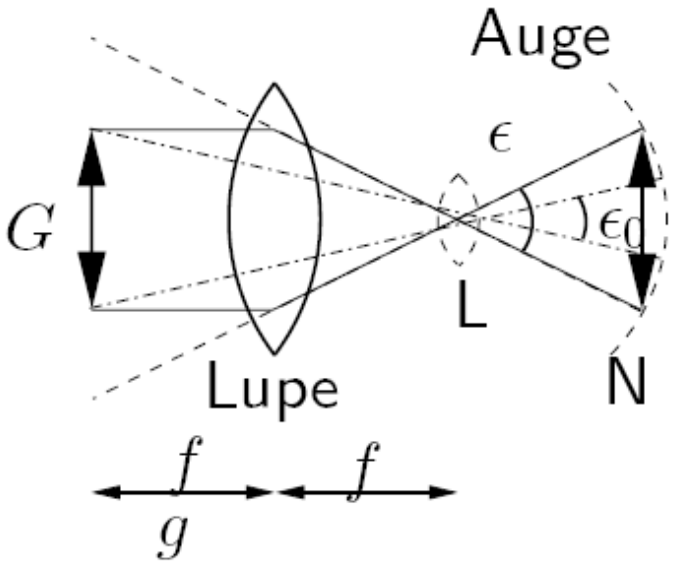
$$0.02\mathrm{m} \cdot \epsilon_0 \approx 4\mu\mathrm{m} \rightarrow \ \epsilon_0 \approx 2 \cdot 10^{-4} \cdot 57^\circ \approx 1'.$$

Bequemes Lesen ist bei einem Buchabstand von mind. 25 cm möglich, damit können in einem Buch Punkte mit einem Abstand

$$25 \cdot 10^{-2}\mathrm{m} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \approx 50\mu\mathrm{m}$$

gerade noch aufgelöst werden! Deshalb war das Druckbild von früheren Laserdruckern (bei 360 dpi) unbefriedigend.

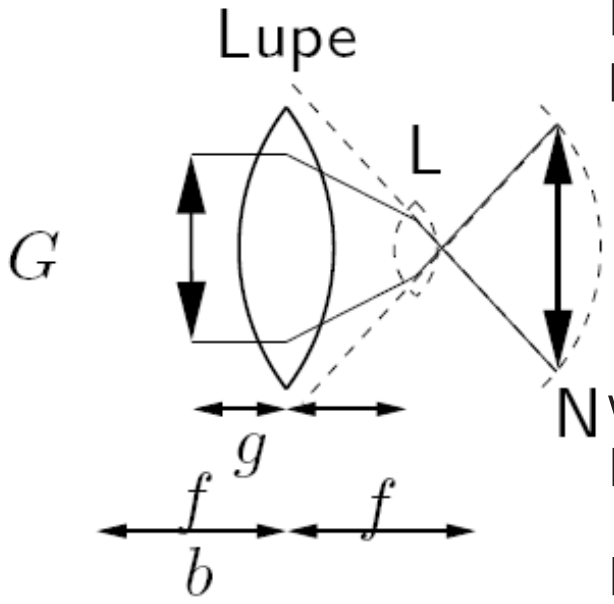
Vergrößernde Instrumente



Die Vergrößerung einer Lupe wird dadurch erreicht, dass der Winkel ϵ, unter dem der Gegenstand G gesehen wird, vergrößert wird. Die Vergrößerung V ist definiert als

$$V \doteq \frac{\text{Sehwinkel } \epsilon \text{ mit Instrument}}{\text{Sehwinkel } \epsilon_0 \text{ ohne Instrument}}.$$

Oft wird die Vergrößerung auch durch $V = \frac{B}{G}$ definiert, was eigentlich der Abbildungsmaßstab ist und nicht unbedingt dasselbe bedeutet, weil optische Instrumente mit fester Brennweite Objekte nur in einer bestimmten Ebene, der Gegenstandsebene, scharf abbilden. (**Schärfentiefe**, siehe Demtröder für eine Diskussion.)



Die Vergrößerung der Lupe bei Betrachtung in einer bequemen Sehweite $s_0 = 25$ cm beträgt also

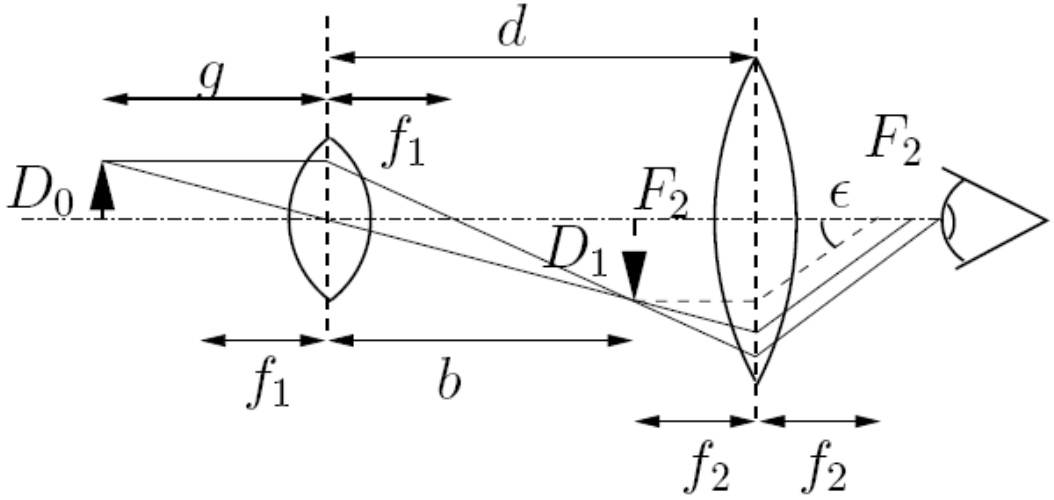
$$V = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{G}{f} \cdot \frac{s_0}{G} = \frac{s_0}{f},$$

was nahelegt, Lupen mit kleiner Brennweite (starke Krümmung) zu verwenden.

Die Vergrößerung kann erhöht werden, wenn der Gegenstand nicht in den Brennpunkt, sondern näher an die Lupe gebracht wird.

$$V = \frac{B/b}{G/s_0} = \frac{B}{G}\frac{s_0}{b} = \frac{b}{g}\frac{s_0}{b} = \frac{s_0}{g}.$$

Das Mikroskop



Mit dem Mikroskop erreicht man wesentlich höhere Vergrößerungen als mit der Lupe. Dies geschieht durch Kombination von (mindestens) zwei Linsen. Die erste wirft ein reelles Zwischenbild in der Brennebene der zweiten. Davon erreichen das Auge parallele Lichtbündel und das Auge sieht ein Bild des Gegenstandes im Unendlichen, genau wie bei der ersten Lupenanordnung. Die Vergrößerung des Mikroskops erhält man durch folgende Überlegungen:

Der Abbildungsmaßstab der ersten Abbildung (Lupe 1, d. h. Objektiv) beträgt

$D_1/D_0 = b/g$, mit der Linsengleichung haben wir

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \Longrightarrow b = \frac{g \cdot f_1}{g - f_1} \quad \text{und also} \quad D_1/D_0 = \frac{f_1}{g - f_1}.$$

Stellen wir das Objekt also in die Nähe des gegenstandsseitigen Brennpunktes des Objektivs, so wird der Maßstab sehr groß. Das Okular (Lupe 2) wirkt nun wie eine Lupe für das Zwischenbild.

$$\tan \epsilon = \frac{D_1}{f_2} = D_0 \frac{b}{g} \frac{1}{f_2} = \frac{D_0 b}{g \cdot f_2}$$

und ohne Mikroskop wäre der Gegenstand in bequemer Sehweite s_0 unter dem Winkel $\epsilon_0 = \arctan D_0/s_0$ sichtbar. Die Winkelvergrößerung beträgt daher

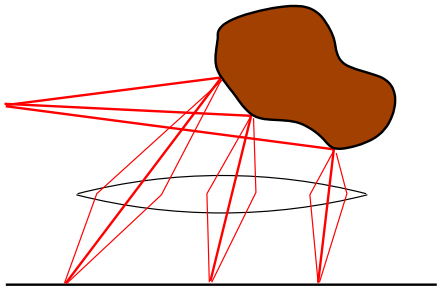
$$V = \frac{D_0 b s_0}{D_0 g f_2} = \frac{b s_0}{g f_2}.$$

Mit dem Abstand $d = b + f_2$ zwischen den beiden Linsen erhalten wir

$$V \approx \frac{(d - f_2)s_0}{f_1 f_2}.$$

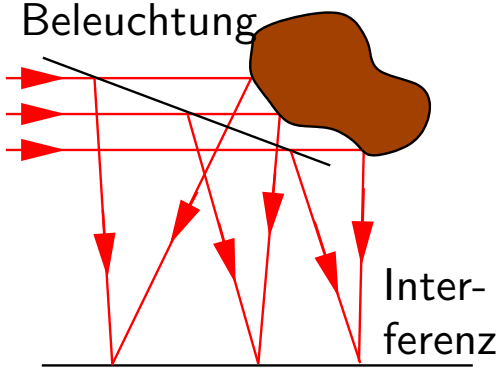
Die Vergrößerung wird also umso größer, je größer der Abstand zwischen Objektiv und Okular ist (je größer das Mikroskop wird).

Die Holographie



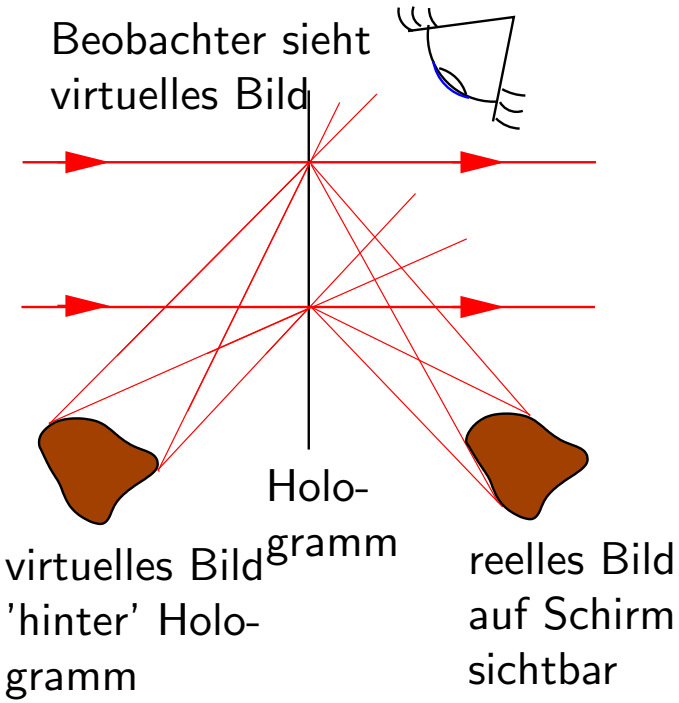
herkömmliche Aufnahme

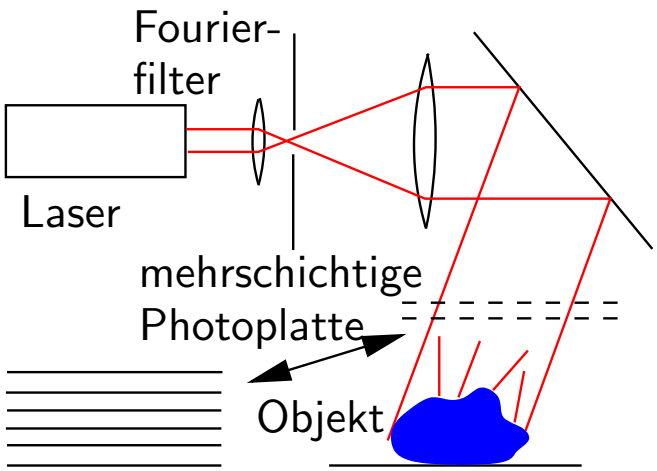
kohärente
Beleuchtung

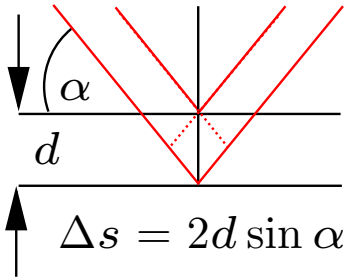


Inter-
ferenz

Holographie


Beobachter sieht
virtuelles Bild
Holo-
gramm
virtuelles Bild
'hinter' Holo-
gramm
reelles Bild
auf Schirm
sichtbar


Fourier-
filter
Laser
mehrschichtige
Photoplatte
Objekt


α
d
$\Delta s = 2d \sin \alpha$