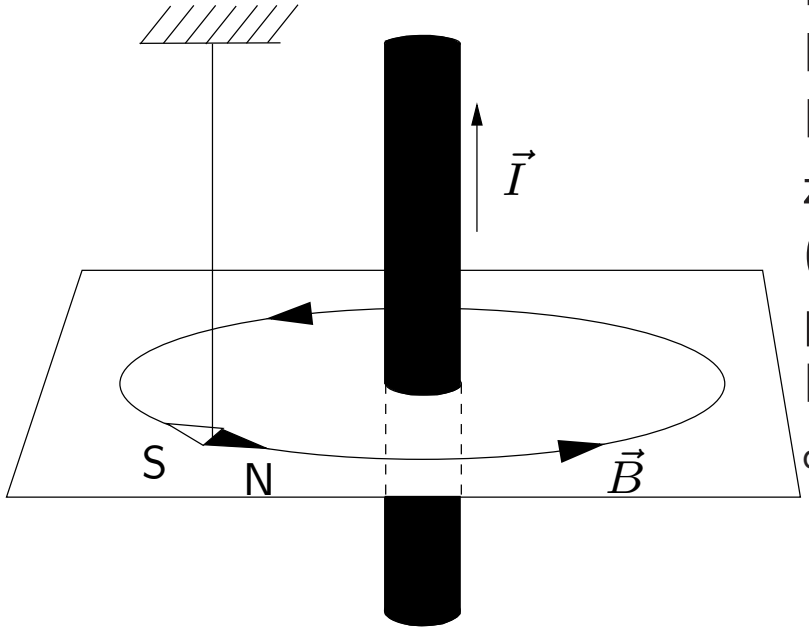
Magnete und ihre Geschichte

Die wohl älteste Nutzung des Magnetismus war wohl der Kompass. Quellen belegen dessen Nutzung durch die Chinesen um 1100, Araber um 1220 und Skandinavier um 1250. Untersucht wurde der Magnetismus erstmals systematisch durch Pierre de Maricourt (Petrus Peregrinus), der am 8.8.1269 schreibt, dass gleiche magnetische Pole sich abstoßen und dass durch Zerbrechen zwei kleinere Magnete entstehen.

Erst viel später hat Gilbert in seinem Buch von 1600 beschrieben, dass die Erde als riesiger Magnet aufgefasst werden kann und dass dabei widersinnigerweise der geographische Nordpol ungefähr mit dem magnetischen Südpol zusammenfällt. Dies geschieht eben gerade, weil der Nordpol einer magnetischen Nadel zum magnetischen Südpol, also zum geographischen Nordpol zeigt (so wurde Nord und Süd definiert).

Die Entdeckung von Oerstedt (1820)

Erstmaliger Versuch, Magnetismus durch eine geschlossene Voltasche Säule hervorzurufen. Es gelang! Beobachtung: Bei glühendem Draht (!), in dem der Strom von Süden nach Norden fließt, wird der Nordpol einer dicht darüber gehaltenen Kompassnadel nach Osten umgelenkt. Wird die Nadel darunter gehalten, so zeigt der Nordpol nach Westen



Das Magnetfeld um einen stromduchflossenen Leiter dreht sich rechtshändig um den Leiter. Das Magnetfeld zeigt von der Quelle (felderzeugender magnetischer Nordpol) zur Senke (magnetischer Südpol). Der Südpol der Kompassnadel zeigt deshalb zum magnetischen Nordpol (geogr. Südpol). (Diese Entdeckung inspirierte die Untersuchungen von Ampère (Definition des Stroms).)

Magnetische Permeabilitätskonstante

Die Stärke der Kraft zwischen zwei mangetischen Polen ist proportional zu den Polstärken p_1 und p_2 und umgekehrt proportional zum Abstand im Quadrat. In Analogie zur Elektrostatik wird definiert:

$$\vec{F} = f\frac{p_1 \cdot p_2}{r^3}\vec{r}.$$

Dabei wird die Proportionalitätskonstante

$$f = \frac{1}{4\ \pi\ \mu_0},\ \text{wo}\ \ \mu_0 = 4\ \pi\ \cdot 10^{-7}\frac{\mathrm{V\ s}}{\mathrm{A\ m}},$$

magnetische Permeabilitätskonstante, manchmal **Induktionskonstante** genannt.

Magnetische Feldstärke

Die magnetische Feldstärke $\vec{H}$ wird definiert als

$$\vec{H} = \lim_{\vec{p}\to 0} \left(\frac{\vec{F}}{p_2} \right) .$$

Wir werden sie aber **magnetische Erregung** nennen und den Namen **magnetische Feldstärke** für den Ausdruck

$$\vec{B} = \mu_0 \, \vec{H}$$

verwenden[1]. Diese Größe, früher magnetische Induktion oder Flussdichte genannt, erfüllt dieselbe Funktion wie in der Elektrostatik das elektrische Feld $\vec{E}$, die Gleichungen werden dann für $\vec{E}$ und $\vec{B}$ (fast) analog.

[1] Wir tun dies in Übereinstimmung mit der modernen (Lehrbuch-) Literatur.

Einheiten von $\vec{H}$ und $\vec{B}$.

Mit der Definition von μ_0 und $\vec{F} = 1/(4\pi\mu_0) p_1 \cdot p_2 / r^2$ ergibt sich die Einheit von $\vec{H}$ und $\vec{B}$:

$$\begin{aligned} \left[\vec{H}\right] &= \left[\frac{1}{4\pi\mu_0}\right] \frac{[p_1]}{[r^2]} = \frac{\mathrm{A\ m}}{\mathrm{V\ s}} \frac{\mathrm{V\ s}}{\mathrm{m^2}} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} \\ \left[\vec{B}\right] &= [\mu_0]\ [H] = \mathrm{V\ s\ m^{-2}} \doteq 1\ \mathrm{Tesla} = 1\mathrm{T}. \end{aligned}$$

Ein Tesla ist eine sehr große magnetische Feldstärke. Deshalb werden oft auch mT oder μT verwendet, oft auch die cgs-Einheit Gauß

$$1\mathrm{Gauß} = 1\mathrm{G} = 10^{-4}\mathrm{T}.$$

Es gibt keine magnetischen Ladungen I

Die Ähnlichkeit der Gleichungen der Elektrostatik und der statischen Magnetfelder legt es nahe, die Polstärken p_1 und p_2 als isolierte magnetische Pole zu betrachten. Zwar ist es möglich, Magnete fast beliebig lange und dünn zu strecken und damit die beiden Pole fast beliebig voneinander zu trennen, bricht man aber den Magneten auseinander, so hat man zwei Magnete vor sich. Dies wiederholt sich hin zu den kleinsten Bruchstücken, wie bereits Petrus Peregrinus beschrieben hat. Hier zeigt sich der fundamentale Unterschied zwischen Magnetismus und Elektrostatik. Es gelingt nicht, magnetische Monopole zu erzeugen (oder zu finden). Mathematisch:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0.$$

“Es gibt keine magnetischen Monopole.” [2]

[2] Siehe aber Zusatz für Studierende der Physik für neuere Entwicklungen und Gedanken dazu.

Der magnetische Feldfluss

Im Unterschied zum elektrischen Feld, wo

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

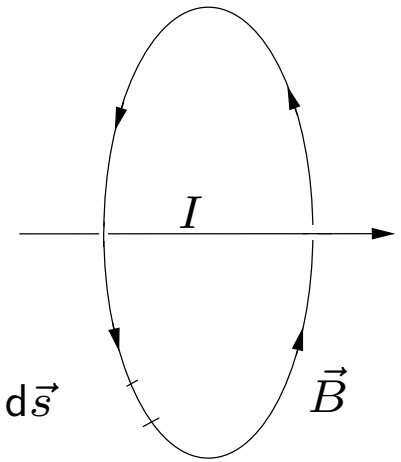
gilt also für den magnetischen Feldfluss

$$0 = \int \vec{\nabla} \cdot \vec{B} \mathrm{d}V = \oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A},$$

wobei das zweite Gleichheitszeichen wieder aus dem Satz von Gauß folgt. Dies ist die Integraldarstellung der Beoachtung, dass es keine magnetischen Monopole gibt,

$$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = 0. \quad \longleftrightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0.$$

Das Ampèresche Gesetz



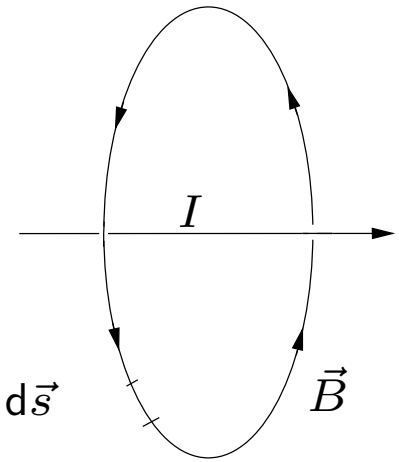
Im Gegensatz zum elektrischen Feld, welches konservativ ist, ist es das magnetische Feld nicht! Hier gilt nach Messungen von Ampère das **Ampèresche Gesetz**

$$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \mu_0 \, I.$$

Im Unterschied zum elektrischen Feld, welches wirbelfrei ist, ist es das magnetische Feld nicht! Mit $I = \int \vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$ und dem Satz von Stokes finden wir

$$\mu_0 \int \vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int \vec{\nabla} \times \vec{B} \ \cdot \mathrm{d}\vec{A}, \quad \text{also} \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \, I.$$

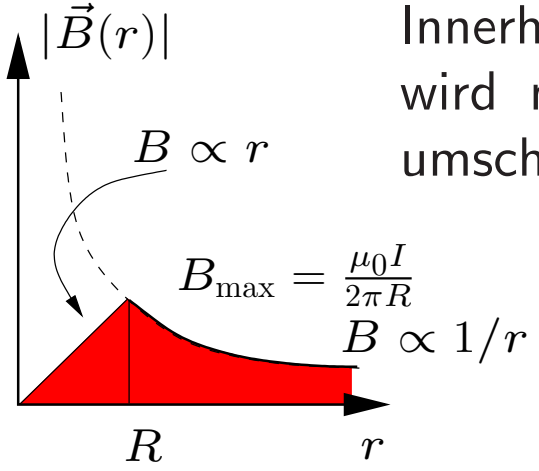
Magnetfelder stationärer Ströme: gerader Leiter



Mit dem Ampèreschen Gesetz und der Divergenzfreiheit von $\vec{B}$ können wir die Magnetfelder von verschiedenen Stromleitern berechnen. Für einen geraden, vom Strom I durchflossenen Draht ist das Feld kreisförmig um den Draht angeordnet (Oerstedt) und folglich muss gelten:

$$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int_0^{2\pi} r\ B\ \mathrm{d}\varphi = 2\ \pi\ r\ B(r) = \mu_0\ I$$

$$B(r) = \frac{\mu_0\ I}{2\ \pi\ r}.$$



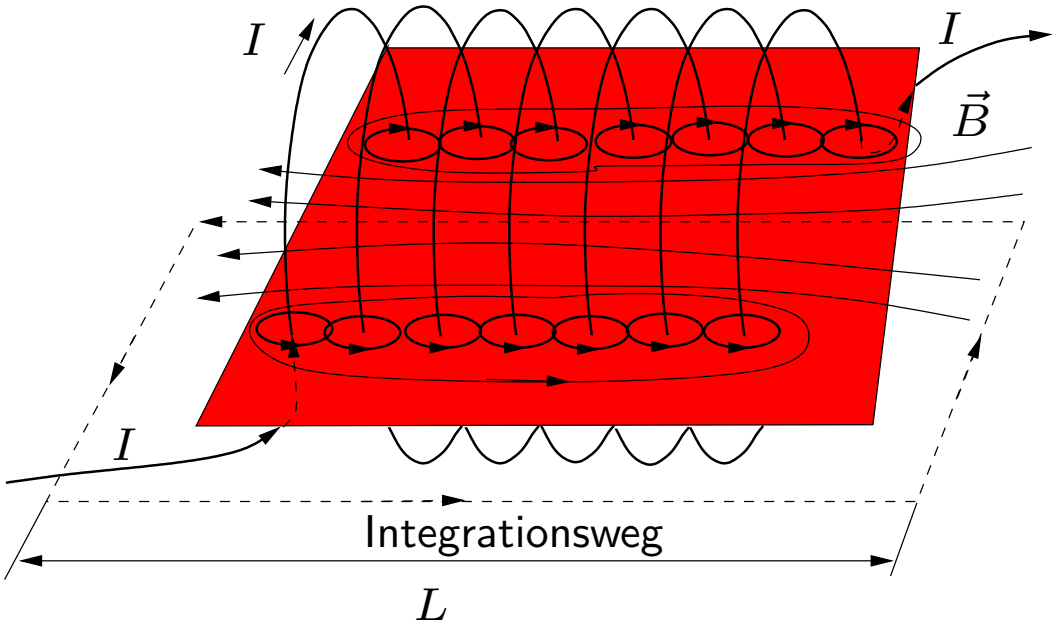
Innerhalb des homogen stromdurchflossenen Drahtes ($r < R$) wird nur der Teil $\pi\ r^2\ j$ des Stromes vom Integrationsweg umschlossen. Folglich:

$$\begin{aligned} 2\pi r\ B(r) &= \mu_0 \pi r^2\ j \\ B(r) &= \frac{\mu_0 I}{2\ \pi\ R^2} r. \end{aligned}$$

Es ergibt sich für das Feld also die Situation, wie sie links skizziert ist. B wird an der Oberfläche des Drahtes maximal.

Magnetfelder stationärer Ströme: Spule

Im Innern der Spule mit N Windungen ist das Feld fast homogen (je länger und dünner die Spule ist, desto besser stimmt diese Näherung).



Entlang des Integrationsweges spielt fast nur dieser Teil eine Rolle. An den Enden steht das Feld senkrecht auf dem Integrationsweg, der äußere Teil kann beliebig weit weg gewählt werden, wo B beliebig klein ist. Folglich:

$$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = BL = \mu_0 \, N \, I \;\Rightarrow\; B = \mu_0 \, \frac{N}{L} \, I = \mu_0 \, n \, I.$$

Vergleich magnetischer und elektrischer Kräfte

Die magnetischen Kräfte sind wesentlich schwächer als die elektrostatischen. Diese schwierige Vergleichsmessung wurde durch Weber und Kohlrausch 1856 durchgeführt. Weil ja in der Definition des Ampères das μ_0 im Zähler steht, muss für den Vergleich nicht das Verhältnis μ_0/ε_0, sondern das Produkt $\mu_0\ \varepsilon_0$ verwendet werden. Das gibt eine sehr kleine Zahl mit Einheit $\mathrm{s}^2/\mathrm{m}^2$. Nimmt man die Wurzel deren Kehrwert, so findet man

$$(\mu_0\ \varepsilon_0)^{-1/2} \approx 3 \cdot 10^8 \mathrm{m/s} = c,$$

die Lichtgeschwindigkeit. Mit der Definition der Lichtgeschwindigkeit, der Definition von μ_0 ist damit auch ε_0 festgelegt. Eigentlich ist ε_0 mit der Definition der Lichtgeschwindigkeit unnötig geworden.

Das Vektorpotential $\vec{A}$ I

In der Elektrostatik wurde gezeigt, dass sich das elektrische Potential und damit auch das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}\phi$ berechnen lässt, wenn die Ladungsverteilung $\varrho(r)$ bekannt ist.

Lässt sich auch das Magnetfeld $\vec{B(\vec{r})}$ bzw. ein „magnetisches Potential“ berechnen, wenn die Stromverteilung bekannt ist? Das Ampèresche Gesetz $\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \mu_0 I$ besagt, dass das Integral ungleich Null ist, wenn der Integrationsweg stromdurchflossene Flächen umschließt. Das Integral ist dann nicht mehr unabhängig vom Integrationsweg, und es lässt sich nicht wie im elektrostatischen Fall ein magnetisches Potential ϕ_m mit $\vec{B} = -\mu_0 \vec{\nabla}\phi_m$ bestimmen, denn

$$\nabla \times \vec{B} = -\mu_0 \nabla \times \vec{\nabla}\phi_m \equiv 0$$

Das Vektorpotential $\vec{A}$ II

Da aber $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ lässt sich eine vektorielle Feldgröße $A(\vec{r})$ definieren mit $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$. Die Größe $\vec{A}$ wird das $\mathrm{Vektorpotential}$ des Magnetfeldes genannt. Mit dieser Definition gilt automatisch

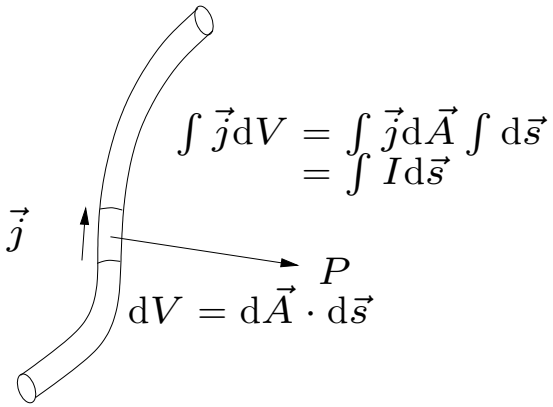
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \vec{\nabla} \left(\vec{\nabla} \times \vec{A} \right) \equiv 0.$$

Da dieses auch für alle $\vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} f$ erfüllt ist, wird als weitere Zusatzbedingung ($\mathrm{Eichbedingung}$) für stationäre Felder gewählt

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0.$$

Weiterhin wird $\vec{A}(\vec{r})$ im Unendlichen auf Null gesetzt.

Das Gesetz von Biot-Savart



Das Gesetz von Ampère ist gut geeignet, um Magnetfelder zylindersymmetrischer Stromanordnungen zu bestimmen. In allgemeineren Fällen wird es aber schwierig. Biot und Savart haben noch vor Ampères Entdeckung das Gesetz gefunden, mit dem das Feld eines beliebigen Leiters an einem Punkt $P(r)$ bestimmt werden kann. Es lautet

$$\mathrm{d}\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 \; I}{4\pi} \; \frac{\mathrm{d}\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}.$$

Jedes einzelne Leiterelement $\mathrm{d}\vec{s}$ trägt also $\mathrm{d}\vec{B}$ zum Feld bei, das Feld ergibt sich durch Integration.

Magnetfeld einer kreisförmigen Stromschleife

Eine Stromschleife in der $x-y$-Ebene erzeugt ein Magnetfeld B, das in der Schleifenebene nur eine z-Komponente besitzt. Mit Biot-Savart gilt:

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{\sin\phi}{r^2} \mathrm{d}s.$$

Im Mittelpunkt des Kreises ist $r = R$ und $\phi = \pi/2$, so dass dort gilt:

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Auf der Symmetrieachse erhält man

$$\mathrm{d}\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{r} \times \mathrm{d}s}{r^3}.$$

Bei der Integration über alle Wegelemente des Kreises mitteln sich die Komponenten $\mathrm{d}B_\perp = \mathrm{d}B \cdot \sin\alpha$ senkrecht zur Symmetrieachse zu Null. Für die Parallelkomponenten gilt: $\mathrm{d}B_\parallel = \mathrm{d}B \cdot \cos\alpha$, so dass

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} \oint R \cdot \mathrm{d}s = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot R}{4\pi \cdot r^3} \cdot 2\pi \cdot R.$$

Mit $r^2 = R^2 + z^2$ folgt:

$$B_z = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \pi \cdot R^2}{2\pi \left(z^2 + R^2\right)^{3/2}}.$$

Das Feldlinienbild gleicht dem eines kurzen Stabmagneten, die Stromschleife stellt daher einen magnetischen Dipol dar. Mit dem Flächennormalenvektor $\vec{A} =$

$\pi R^2 \cdot \vec{z}/z$ lässt sich das Magnetfeld schreiben als:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I \cdot \vec{A}}{2\pi \cdot r^3}.$$

Das Produkt $\vec{p}_m = I \cdot \vec{A}$ wird das magnetische Dipolmoment der stromdurchflossenen Schleife genannt (siehe elektrischer Dipol).

Magnetfeld eines Helmholtzspulenpaares

Zwei parallele Ringspulen mit Radius R im Abstand $d = R$, die in gleicher Richtung von einem Strom I durchflossen werden, werden **Helmholtzspulen** genannt. Bei beliebigem Spulenabstand d ist das Magnetfeld auf der Symmetrieachse

$$\begin{aligned} B(z) &= B_1\left(z + d/2\right) + B_2\left(z - d/2\right) \\ &= \frac{\mu_0 I \cdot R^2}{2}\left(\frac{1}{\left(\left(z + d/2\right)^2 + R^2\right)^{3/2}} + \frac{1}{\left(\left(z - d/2\right)^2 + R^2\right)^{3/2}}\right). \end{aligned}$$

Nach Taylorentwicklung fallen alle Terme mit ungeraden Potenzen von z heraus

(B ist symmetrisch um z), und:

$$\begin{aligned} B(z) &= \frac{\mu_0 I \cdot R^2}{\left[(d/2)^2 + R^2\right]^{3/2}} \cdot \left[1 + \frac{3}{2}\frac{d^2 - R^2}{\left(d^2/4 + R^2\right)^2} z^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{15}{8}\frac{d^4/2 - 3d^2R^2 + R^4}{\left(d^2/4 + R^2\right)^4} z^4 + \ldots \right]. \end{aligned}$$

Mit $d = R$ verschwindet der quadratische Term, und in der Nähe von $z = 0$ ist das Feld in sehr guter Näherung konstant:

$$B(z) \approx \frac{\mu_0 I \cdot R^2}{\left(5R^2/4\right)^{3/2}} \left[1 - \frac{144 z^4}{125 R^4}\right]$$

Kräfte auf bewegte Ladungen im Magnetfeld I

Durch einen geraden Draht, der in einem Magnetfeld aufgehängt ist, fließt ein Strom. Der Draht wird senkrecht zur Stromrichtung und senkrecht zum Magnetfeld abgelenkt. Bei umgekehrter Stromrichtung wirkt die Kraft in die umgekehrte Richtung.

Fließt durch zwei parallele Leiter der Strom I_1 bzw. I_2, so ziehen sich die beiden Drähte an, wenn I_1 parallel zu I_2 ist, und stoßen sich ab, wenn die Ströme antiparallel sind (Definition des Ampère).

Ein stromdurchflossener Leiter erzeugt ein Magnetfeld. Außerdem ist ein elektrischer Strom nichts anderes als bewegte Ladungen, also wirkt auf bewegte Ladungen in einem Magnetfeld eine Kraft.

Kräfte auf bewegte Ladungen im Magnetfeld II

Ein Elektronenstrahl in einer Kathodenröhre wird durch ein Magnetfeld senkrecht zum Magnetfeld und senkrecht zur Geschwindigkeit der Elektronen abgelenkt, d.h. die Kraft F auf eine Ladung q ist senkrecht zur Gescwhindigkeit $\vec{v}$, mit der sich die Ladung bewegt, und senkrecht zum Magnetfeld $\vec{B}$. Im SI System gilt für die **Lorentz-Kraft** durch die Definition der Stromstärke:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}).$$

Bei einem zusätzlich vorhandenen elektrischen Feld $\vec{E}$ gilt für die allgemeine Lorentz-Kraft:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}).$$

Elektronen- und Ionenoptik mit Magnetfeldern

Schickt man einen Elektronen- oder Ionenstrahl in z-Richtung durch ein homogenes Magnetfeld $\vec{B} = \{0, B_y, 0\}$, das senkrecht zu einem homogenen elektrischen Feld $\vec{E} = \{E_x, 0, 0\}$ steht, so wird die Lorentz-Kraft

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0 \qquad \text{für} \qquad v = \frac{E}{B}.$$

Es werden also nur Teilchen nicht oder nur wenig abgelenkt, die sich in einem engen Geschwindigkeitsintervall Δv um $v = E/B$ befinden. Durch einen engen Spalt können also durch Variation von E oder B Teilchen einer bestimmten Geschwindigkeit selektiert werden. Diese Anordnung wird **Wienfilter** (nach Max C.W. Wien, 1866-1938) genannt.

Hall-Effekt

Durch die Lorentz-Kraft werden die Ladungsträger eines Leiters senkrecht zum (schwachen) Magnetfeld und senkrecht zur Stromrichtung abgelenkt. Die Ladungstrennung (Lorentz-Kraft hängt von der Polarität der Ladung ab), wird durch ein elektrisches Feld $\vec{E}_h$ erzeugt. Die Ladungen werden so weit getrennt, bis das sich aufbauende elektrische Feld eine der Lorentz-Kraft entgegengerichtete gleichgroße elektrische Kraft bewirkt:

$$\vec{F}_L = n \cdot (\vec{v}_D \times B) = \vec{F}_C = n \cdot q\vec{E}_H.$$

Bei einem Leiter mit rechteckigem Querschnitt $A = b \cdot d$ führt dieses elektrische Feld zu einer **Hall-Spannung**

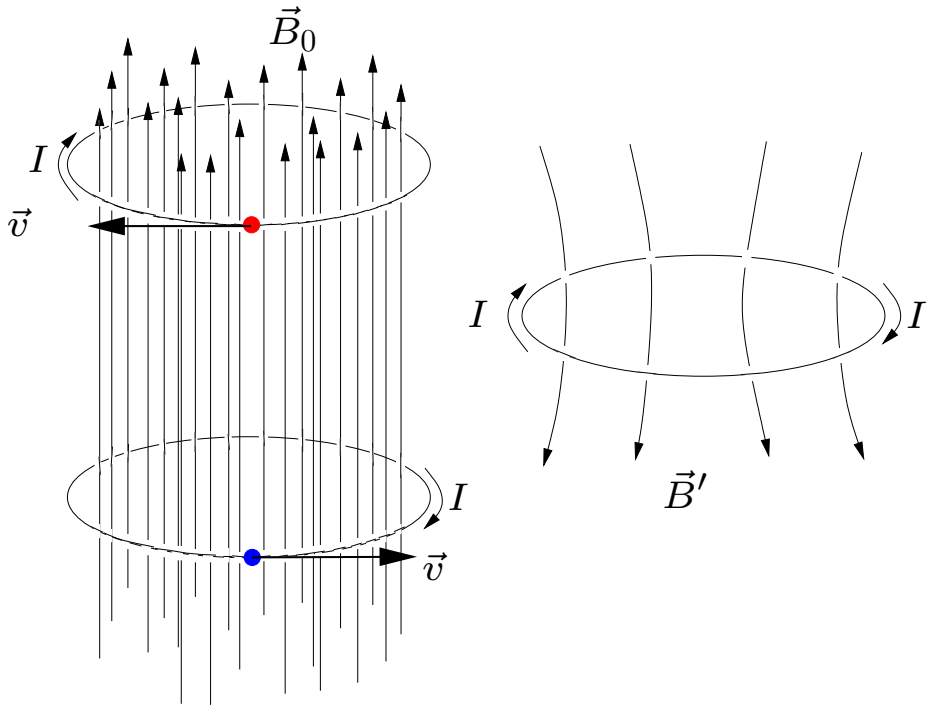
$$U_H = \int \vec{E}_H \cdot \mathrm{d}s = \vec{b} \cdot \vec{E}_H = -\frac{(\vec{j} \times \vec{B}) \cdot \vec{b}}{n \cdot q}$$

zwischen den gegenüberliegenden Seitenflächen im Abstand b. Das Vektorprodukt ist unabhängig vom Vorzeichen der stromtransportierenden Ladung. Mit $I = j \cdot b \cdot d$ ergibt sich

$$U_H = -\frac{j \cdot B \cdot b}{n \cdot Q} = -\frac{I \cdot B}{n \cdot Q \cdot d}.$$

Für Metalle und die meisten Halbleiter gilt $q = -e$, U_H ist also positiv. Einige Halbleiter haben jedoch eine negative Hall-Spannung, hier tragen **Löcher** (Elektronen, Defektstellen) den elektrischen Strom. Die Hall-Spannung wird um so größer, je kleiner die Ladungsträgerdichte n ist. Deshalb werden bevorzugt Halbleiter als Hall-Sonden zur Magnetfeldmessung verwendet.

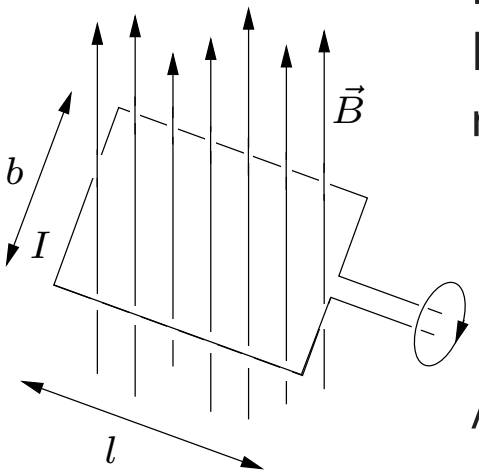
Materie im Magnetfeld



In der Elektrostatik hat sich die Kapazität von Kondensatoren geändert, wenn wir Dielektrika eingebracht haben. Was passiert nun, wenn wir Materie in ein Magnetfeld einbringen?

Dazu schauen wir uns das Verhalten von Elektronen und Protonen im Magnetfeld an. Sie erzeugen ein dem ursprünglichen Magnetfeld $\vec{B}_0$ entgegengesetztes Feld $\vec{B}'$.

Magnetische Dipole



Nun betrachten wir eine Leiterschleife mit Fläche A und im Magnetfeld. Durch sie soll ein Strom I fließen. So definiert man als **magnetisches Dipolmoment** das Produkt

$$\vec{p}_m = I\vec{A}.$$

Auf eine solche Leiterschleife wirkt ein Drehmoment

$$\begin{aligned}
\vec{D} &= 2\frac{b}{2} \cdot \left(\hat{\vec{e}}_b \times \vec{F}\right), \\
&= l \cdot b \cdot I \cdot \left(\hat{\vec{e}}_a \times \hat{\vec{e}}_b\right) \times \vec{B} = I \cdot \vec{A} \cdot \vec{B}, \\
&= \vec{p}_m \times \vec{B}. \quad \text{Die resultierende Kraft verschwindet.}
\end{aligned}$$

$\longrightarrow$ Anwendung als Drehspulgalvanometer.

Die Nettokraft auf die Schleife verschwindet in einem homogenen Magnetfeld, nicht aber in einem inhomogenen. Dort beträgt sie

$$\vec{F} = \left(\vec{p}_m \cdot \vec{\nabla}\right) \vec{B}.$$

Die potentielle Energie eines solchen Dipols ist

$$W = -\vec{p}_m \cdot \vec{B}.$$

Das Bohrsche Magneton

Das Elektron oder ein anderes elementares Teilchen der Masse m und Ladung e soll sich mit einer Gechwindigkeit v auf einem Kreis des Radius r bewegen. Es stellt damit einen Kreisstrom dar mit

$$I = q \cdot \nu = \frac{q \cdot v}{2\pi r} \quad \text{, weil} \quad \nu = \frac{v}{2\pi r}$$

und das magnetische Moment lautet

$$\vec{p}_m = q\nu\vec{A} = \frac{1}{2}qr^2\vec{\omega} \quad \text{, weil} \quad \omega = 2\pi\nu \quad \text{und} \quad A = \pi r^2,$$

während der Drehimpuls des Teilchens lautet

$$\vec{L} = m \cdot (\vec{r} \times \vec{v}) = mr^2\vec{\omega}.$$

Damit lautet der Zusammenhang zwischen Drehimpuls und magnetischem Moment

$$\vec{p}_m = \frac{q}{2m}\vec{L}.$$

Ist der Drehimpuls quantisiert, wie dies die Quantentheorie verlangt, so $L = l \cdot \hbar$, und folglich lautet das magnetische Moment eines Elektrons

$$\vec{p}_m = -\frac{e}{2m_e} \cdot \vec{L}, \quad \text{bzw.} \quad |\vec{p}_m| = -\frac{el\hbar}{2m_e}.$$

Wir definieren mit $l = 1$ den Absolutbetrag als **Bohrsches Magneton** μ_B,

$$\mu_B \doteq \frac{e\hbar}{2m_e}.$$

Übung: Wieviele Elektronen sind am Magnetismus von Eisen beteiligt?

Die magnetische Suszeptibilität

Bringen wir in ein bestehendes Magnetfeld Materie ein, so verändert sich das Feld. Wir finden, dass (bei gleichbleibender Querschnittsfläche) sich der magnetische Kraftfluss

$$\varphi_m = \int \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$$

um einen Faktor μ, die **relative Permeabilität**, verändert hat. Weil ja $\vec{A}$ gleich geblieben ist, muss also gelten

$$B_{\mathrm{Materie}} = \mu B_{\mathrm{Vakuum}} = \mu\mu_0 H_{\mathrm{Vakuum}}.$$

Ausgelöst wird diese Feldveränderung durch die magnetische Polarisierung in der Materie. Dabei werden die atomaren magnetischen Momente $\vec{p}_m$, die u. U. schon vorhanden sind oder sonst durch $\vec{B}_a$ erzeugt werden, durch $\vec{B}_a$ ausgerichtet.

Makroskopisch nennt man diesen Effekt **Magnetisierung** $\vec{M}$

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_{V} \vec{p}_m.$$

Die Einheit von $\vec{M}$

$$[M] = \frac{Am^2}{m^3} = \frac{A}{m},$$

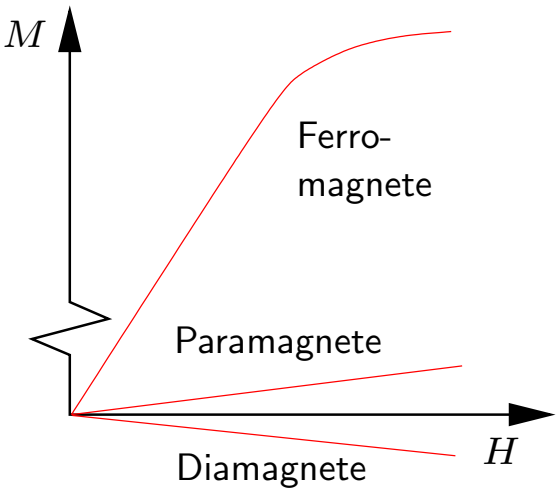
ist dieselbe wie die von $\vec{H}$. Für die Feldstärke $\vec{B}$ erhalten wir nun

$$\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H}_0 + \vec{M} \right).$$

Experimentell stellt man fest, dass $\vec{M}$ bei nicht zu großen Feldstärken proportional zu $\vec{H}$ ist,

$$\vec{M} = \chi \vec{H},$$

wo der Proportionalitätsfaktor χ **magnetische Suszeptibilität** heißt.



Weil ja

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \mu_0 \mu \vec{H} = \mu_0 (1+\chi) \vec{H}, \\ &\Rightarrow \quad \mu = 1 + \chi. \end{aligned}$$

Je nach magnetischer Suszeptibilität heißen Materialien

- Ferromagnete $(\chi \gg 1)$
- Anti-Ferromagnete $(\chi \ll -1)$
- Paramagnete $(O < \chi \ll 1)$
- Diamagnete $(-1 \gg \chi < 0)$

Diamagnetismus

Diamagnetische Stoffe haben kein permanentes magnetisches Dipolmoment. Im Magnetfeld entstehen induzierte Dipole, deren Feld dem äußeren Feld entgegengesetzt ist. Das resultierende Feld ist also kleiner als das angelegte Feld. Die Magnetisierung ist also ebenfalls dem angelegten Feld entgegengesetzt und folglich ist

$$\chi < 0.$$

In einem inhomogenen Feld wird ein diamagnetischer Stoff aus dem Feld gedrängt:

$$\vec{F} = \left(\vec{p}_m \cdot \vec{\nabla}\right) \vec{B},$$

denn $\vec{p}_m$ zeigt antiparallel zu $\vec{B}$.

Paramagnetismus

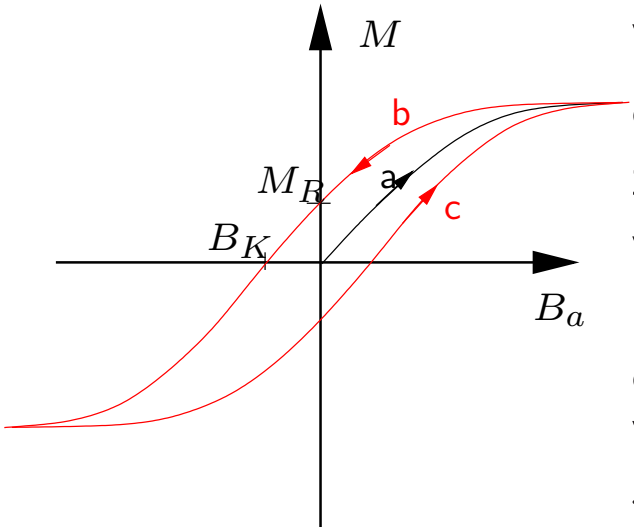
Paramagnetische Stoffe besitzen permanente magnetische Dipole, die aber im Körper drin völlig ungeordnet sind. Die thermische Energie kT ist größer als die magnetische Energie $-\vec{p}_m \cdot \vec{B}$. Das Verhältnis der beiden gibt den Magnetisierungsgrad an. Für $\vec{p}_m \cdot \vec{B} \ll kT$ gilt mit N Dipolen pro Volumeneinheit

$$\vec{M} = N|\vec{p}_m|\frac{\vec{p}_m \cdot \vec{B}}{3kT} \cdot \frac{\vec{B}}{B}.$$

Damit ist die Suszeptibilität temperaturabhängig:

$$\chi = \mu_0 \frac{M}{B} = \frac{\mu_0 N p_m^2}{3kT}.$$

Ferromagnetismus und Hysteresis



Bei Ferromagneten hängt die Magnetisierung von der Vorgeschichte des Materials ab. Ist es vollkommen entmagnetisiert (z. B. durch Ausglühen), so nimmt M zunächst linear mit dem angelegten Feld B_a zu (Kurve a), geht dann aber in Sättigung. Wird nun B_a reduziert, so verschwindet M nicht mehr bei $B_a = 0$, es verbleibt ein **Remanenzfeld** M_R. Um M zum Verschwinden zu bringen, muss ein Feld, die **Koerzitivkraft**, B_K angelegt werden. Die Fläche zwischen den roten Kurven (b und c) gibt die aufzuwendende Energie an, um einen gesamten Magnetisierungszyklus zu durchlaufen .

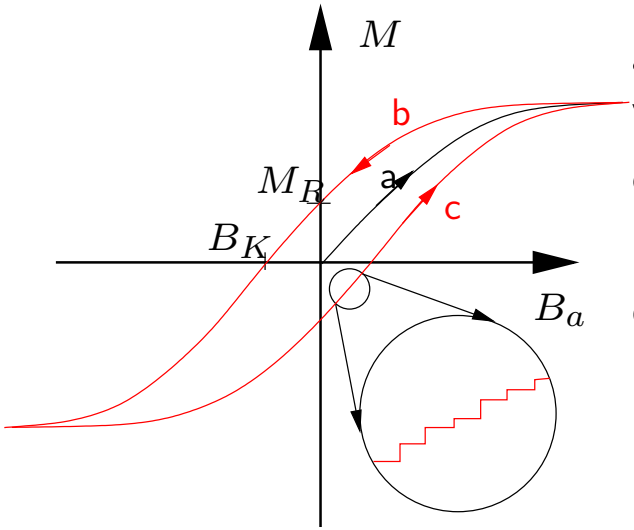
Curietemperatur

Erhitzt man einen Ferromagneten auf eine bestimmte Temperatur, so verliert er seine Magnetisierung (Ausglühen). Diese Temperatur heißt **Curie-Temperatur** T_C. Man findet für die Suszeptibilität

$$\chi(T) = \frac{C}{T - \theta_C},$$

wo C eine Proportionalitätskonstante ist und θ_C eine Materialkonstante, die **Curiekonstante**.

Weiss'sche Bezirke



Misst man die Magnetisierungskurve eines Ferromagneten sehr genau aus, so findet man, dass sie aus vielen kleinen **Barkhausen-Sprüngen** besteht. Diese erklären sich durch das Umklappen der magnetischen Momente von einzelnen sog. **Weiss'schen Bezirken**, die je zwischen 10^8 und 10^{12} Magnetone enthalten .