Übungen zur Experimentalphysik IV

Serie 2, Termin: 3./4./5. Mai 2017

2.1 Relativistische Geschwindigkeitsaddition

Ein Bezugssystem S' bewege sich relativ zu einem Bezugssystem S mit Geschwindigkeit v in x-Richtung. Ein Beobachter in S' beobachtet, wie sich ein Teilchen in x-Richtung mit Geschwindigkeit u' bewegt. Welche Geschwindigkeit des Teilchens misst ein Beobachter im Bezugsystem S? Leiten sie dazu die Transformationseigenschaften der Geschwindigkeit her.
Hinweis: Berechnen Sie die Distanz Δx, die das Teilchen in einer Zeit Δt zurücklegt, und bestimmen Sie die Geschwindigkeit $u = \Delta x / \Delta t$.

2.2 α-Zerfall

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit T dafür, dass ein α-Teilchen mit $E_{\mathrm{kin}} = 8,78$ MeV bei einem zentralen Stoß mit einem $^{208}_{82}$Pb-Kern die Coulomb-Barriere überwindet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich im dabei entstehenden $^{212}_{84}$Po-Kern ein α-Teilchen bildet, wenn die Potentialtiefe $-E_0 = 35$MeV und die Halwertszeit des $^{212}_{84}$Po-Kernes für die Aussendung eines α-Teilchens der Energie $E_1 = 8,8$MeV $t_{1/2} = 3 \cdot 10^{-7}$s ist.

2.3 Radium

Zur Zeit $t = 0$ werden 10g des Isotops ^{226}Ra der Dichte $\rho = 5,5$g/cm^3 in ein Glasröhrchen mit einem Volumen von 5 cm^3 eingefüllt. Das Röhrchen wird anschließend dicht verschlossen und bei 20 °C aufbewahrt. ^{226}Ra zerällt mit einer Halbwertszeit von 1600 Jahren in das radioaktive Gas ^{222}Rn, welches wiederum mit $t_{1/2} = 3,825$ Tagen weiterzerfällt. Um welche Zerfallskette handelt es sich? Was ist das Endprodukt der Kette? Bestimmen Sie die Anzahl ^{222}Rn-Kerne als Funktion der Zeit unter der Annahme, dass zum Zeitpunkt $t = 0$ kein ^{222}Rn vorhanden sei. Wann ist der Partialdruck des ^{222}Rn maximal und wie groß ist er? Kann das Röhrchen bersten?

2.4 Nuklidkarte oder Nudat

Besuchen Sie `http://www.nndc.bnl.gov/` oder verwenden Sie eine Nuklidkarte und suchen Sie folgende Angaben:

- Halbwertszeit und Zerfallsart von $^{208}_{84}$Po
- Halbwertszeit und Zerfallsart von $^{42}_{19}$K
- Halbwertszeit und Zerfallsart von $^{35}_{19}$K
- Halbwertszeit und Zerfallsart von $^{235}_{92}$U
- Halbwertszeit und Zerfallsart von $^{239}_{92}$U
- Halbwertszeit und Zerfallsart von $^{239}_{94}$Pu

2.5 Datierung

Kohlenstoff-14 wird durch die Reaktion ^{14}N(n,p)^{14}C der kosmischen Strahlung mit der Atmosphäre erzeugt. Das ^{14}C-Atom wird rasch zu CO_2 oxidiert und ist nun

Teil des CO_2-Kreislaufes und kann in einen Organismus eingebaut werden. Der ^{14}C-Gehalt eines Organismus ist deshalb im Gleichgewicht mit dem ^{14}C-Gehalt der Atmosphäre. Stirbt der Organismus, findet kein Austausch mehr statt und das in ihm vorhandene ^{14}C beginnt zu zerfallen. Heute hat der lebende Organismus eine Aktivität von ca. 900 Bq pro Gramm.

a.) Wie zerfällt ^{14}C?

b.) Was ist seine Halbwertszeit?

c.) In einem Artefakt wird eine Aktivität von 6 Bq pro Gramm festgestellt. Wie alt ist es?

2.6 Linienbreite

In der Vorlesung (P4_V2) wurde die Linienbreite eines Zerfalls aus der Heisenbergschen Unschärferelation berechnet,

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad \longrightarrow \quad \Delta E \approx \frac{\hbar\lambda}{2},$$

wo λ die Übergangswahrscheinlichkeit $\lambda = |\langle \Psi_f | \Psi_i \rangle|^2$ und $\tau = 1/\lambda$ die mittlere Lebensdauer seien. Wir bestimmen nun die Frequenzabhängigkeit der "Linie". Die zeitliche Entwicklung der Wellenfunktion eines Zustandes $\Psi_i(t)$ ist gegeben durch

$$\Psi_i(t) \propto e^{-iE_i t/\hbar} e^{-\lambda t/2},$$

wo der Zerfallsterm mit $\exp(-\lambda t/2)$ geht, weil ja nur $|\Psi_i(t)^2| \propto \exp(-\lambda t)$ messbar ist. Bestimmen Sie jetzt die Frequenzabhängigkeit der Linie indem Sie die Fouriertransformierte von $\Psi_i(t)$ bestimmen.

$$\Psi_i(\omega) \propto \int_0^\infty \Psi_i(t) e^{-i\omega t} \mathrm{d}t$$

Dabei geht dar Integral nur von 0 bis ∞ weil die Wellenfunktion vor $t = 0$ verschwindet, der Prozess beginnt um $t = 0$. Sie werden das sogenannte **Breit-Wigner** Profil erhalten:

$$I(\omega) = |\Psi_i(\omega)^2| \propto \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + (\lambda/2)^2}.$$

Stellen Sie das Profil graphisch dar und vergleichen Sie es mit einer Gaußschen Verteilung.