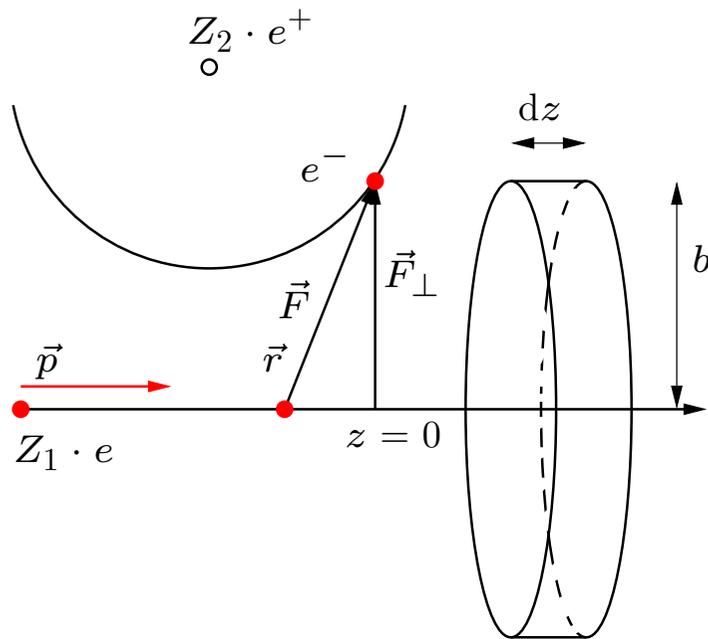


Wechselwirkung ionisierender Strahlung mit Materie



Die Wechselwirkung ionisierender Strahlung mit Materie geschieht im Wesentlichen mit den Elektronen und ist links zusammengefasst. Ein Teilchen mit Ladung $Z_1 \cdot e$ verübt auf ein Elektron die Coulombkraft

$$\vec{F} = \frac{Z_1 e^2}{4\pi\epsilon_0(z^2 + b^2)} \frac{\vec{r}}{r}$$

Der dabei ausgeübte Kraftstoß Δp ist gerade

$$\Delta p = \int_{-\infty}^{+\infty} F dt = \int_{-\infty}^{+\infty} F_{\perp} dt = \frac{1}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} F_{\perp} dz = \frac{e}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} E_{\perp} dz.$$

Das Integral kann mit einem Trick berechnet werden. Der Satz von Gauß lautet ja

$$\int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = 2\pi b \int E_{\perp} dz = Q/\epsilon_0 = Z_1 e/\epsilon_0.$$

Wir setzen dies oben ein und erhalten

$$\Delta p = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z_1 e^2}{vb}, \text{ bzw.}$$
$$\Delta\epsilon = \frac{\Delta p^2}{2m_e} = \frac{1}{8\pi^2\epsilon_0^2 m_e} \cdot \left(\frac{Z_1 e^2}{vb}\right)^2.$$

Der zweite Ausdruck gibt die durch das Projektil-Teilchen an das untersuchte Target-Elektron übertragene Energie an. Nun müssen wir nur noch über alle möglichen Stoßparameter b integrieren um die Wechselwirkung mit allen Elektronen zu berücksichtigen. Wegen der Abschirmung der Ladung integrieren wir

von einem minimalen sinnvollen Stoßparameter b_{\min} bis zu einem maximalen sinnvollen Stoßparameter b_{\max} und erhalten

$$dE = - \left(\int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{\Delta p^2}{2m_e} n_e 2\pi \cdot b \cdot db \right) \cdot dx, \quad \text{bzw.} \quad \frac{dE}{dx} = - \frac{Z_1^2 e^4 n_e}{4\pi \cdot \varepsilon_0^2 v^2 m_e} \cdot \ln \left(\frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right),$$

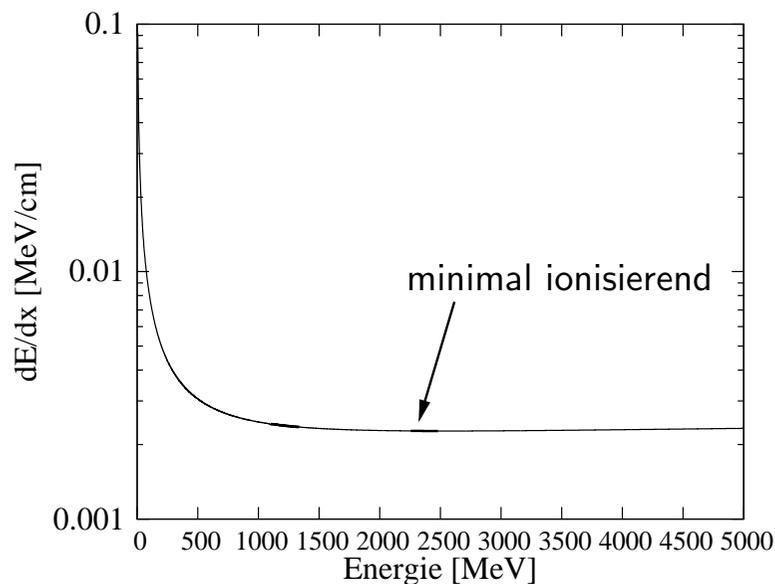
wo n_e die Elektronendichte entlang des Weges dx sei. Der spezifische Energieverlust dE/dx ist proportional zur Elektronendichte im Targetmaterial, steigt quadratisch mit der Kernladung des Projektils und nimmt umgekehrt proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit des Projektils ab.

Die Bestimmung von b_{\max} und b_{\min} ist nun wesentlich komplizierter. Sie hängen von der Geschwindigkeit v des Projektils und von der Bindungsenergie E_B oder Ionisationsenergie der Elektronen im Targetmaterial ab. Bethe, Bloch, Lindhard, Scharf und Schiøt haben die genaue quantenmechanische Rechnung durchgeführt,

das Resultat gilt auch für relativistische Teilchen:

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{Z_1^2 e^4 n_e}{4\pi \cdot \varepsilon_0^2 v^2 m_e} \cdot \left[\ln \left(\frac{2m_e v^2}{\langle E_B \rangle} \right) - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 \right], \text{ wo } \beta = v/c.$$

Dieser Ausdruck heißt oft **Bethe-Bloch-Formel**. Für $\beta \ll 1$ und $b_{\max}/b_{\min} = (2m_e v^2)/\langle E_B \rangle$ stimmt unser Ausdruck mit diesem überein.



Der Energieverlust von Protonen in Luft ist links gezeigt. Der Energieverlust nimmt mit zunehmender Energie ab, erreicht ein flaches Minimum und steigt langsam (ungefähr logarithmisch) wieder an. Im Gebiet des minimalen Energieverlustes heißen Projektile minimal ionisierend. Dazu muss ihre kinetische Energie etwa das Doppelte der Ruheenergie sein.

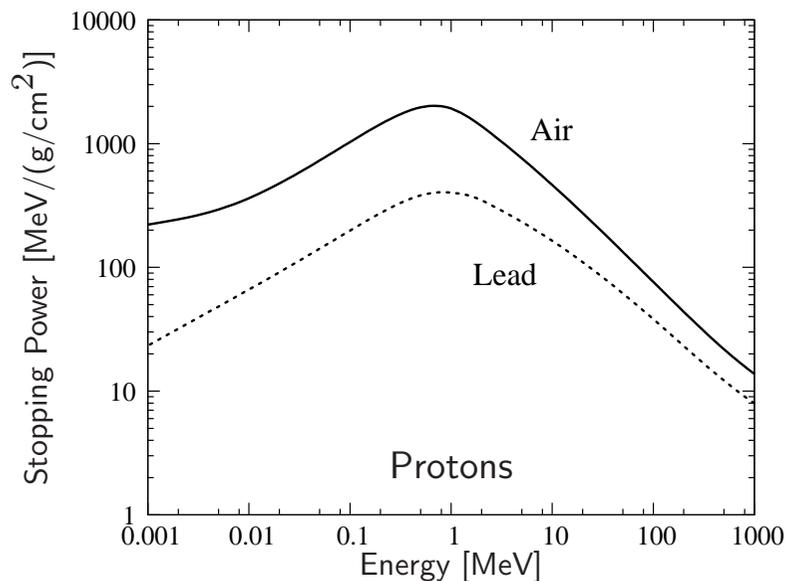
Oft ist es einfacher, die Elektronendichte im Targetmaterial durch die Dichte ρ selber auszudrücken. Dazu verwenden wir

$$n_e = Z_t \cdot n_a \approx \frac{Z_t}{A} \cdot \frac{\rho}{m_p} \approx (0.4 - 0.5) \cdot \frac{\rho}{m_p},$$

wo n_a die Dichte der Atome im Target und m_p die Protonenmasse ist. Wir haben dann

$$\frac{dE}{dx} \propto \rho \cdot \frac{Z_t}{A m_p} \cdot \left(\frac{Z_1 \cdot e}{v} \right)^2 \propto \rho \cdot Z_t \cdot \frac{Z_1^2}{E_{\text{kin}}}.$$

Deshalb schreibt man oft das Bremsvermögen von Materie in Einheiten $\text{eV}/(\text{g}/\text{cm}^2)$. $(1/\rho) \cdot (dE/dx)$ hängt nur noch schwach von der Target-Substanz ab.

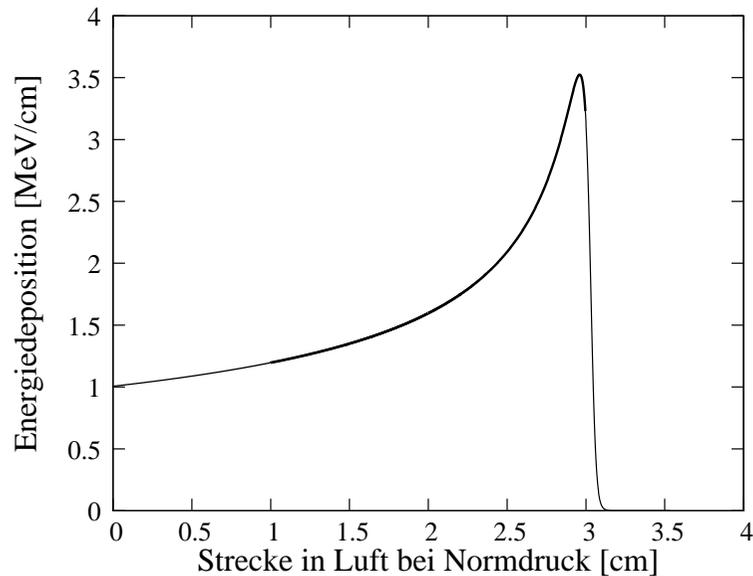


Die entscheidende Rolle spielt die Ionisationsenergie (bzw. die mittlere Bindungsenergie) der Targetelektronen. Ist sie größer, verkleinert sich $(1/\rho) \cdot (dE/dx)$ und es braucht etwas mehr "Gramm pro Quadratcentimeter" um gegen Strahlung abzuschirmen. Im Beispiel nebenan ist die sog. **stopping power**, wie der spezifische Energieverlust englisch heißt, für Luft und Blei gezeigt. Wegen der größeren Bindungsenergie

E_B in Blei ist der spezifische Energieverlust von Blei bei gleicher Kolonnendichte (g/cm^2 oder kg/m^2) etwas kleiner als der von Luft. Natürlich schirmt ein Zentimeter Blei besser ab, als ein Zentimeter Luft, aber eben nicht ein g/cm^2 .

Tabellen von spezifischen Energieverlusten können am NIST berechnet werden:
<http://physics.nist.gov/PhysRefData/Star/Text/intro.html>

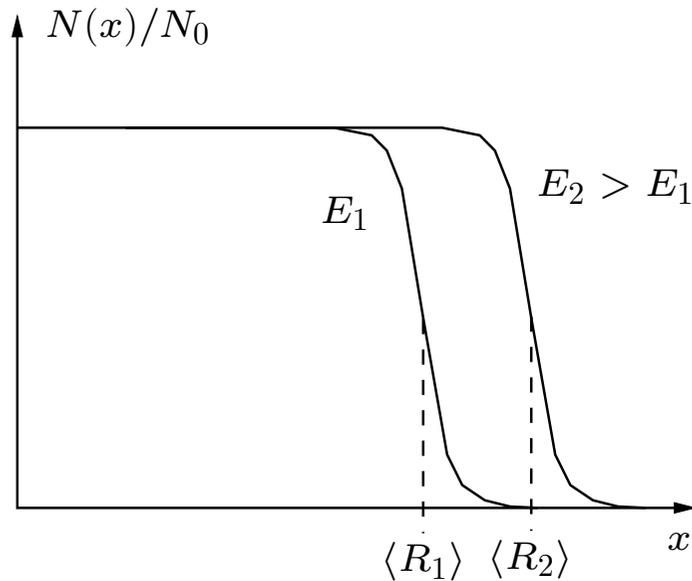
Der Bragg-Peak



Weil ein Projektil bei kleineren Energien mehr Energie verliert, als bei größeren, bedeutet dies, dass es beim Durchgang durch Materie gegen das Ende seiner Bahn besonders viel Energie verliert. Links ist dieser Sachverhalt für ein 5 MeV α -Teilchen in Luft bei Normdruck dargestellt. Die Reichweite beträgt offensichtlich etwa drei Zentimeter, gegen Ende seiner Bahn deponiert das α -Teilchen fast 3.5 mal soviel Energie pro cm als am Anfang. Dieser Peak

am Ende der Bahn heißt **Bragg-Peak** und wird z.B. in der Strahlentherapie gegen Krebs zielgerichtet eingesetzt. Die Kurve links wurde mit der Bethe-Bloch-Formel berechnet.

Reichweite ionisierender Strahlung

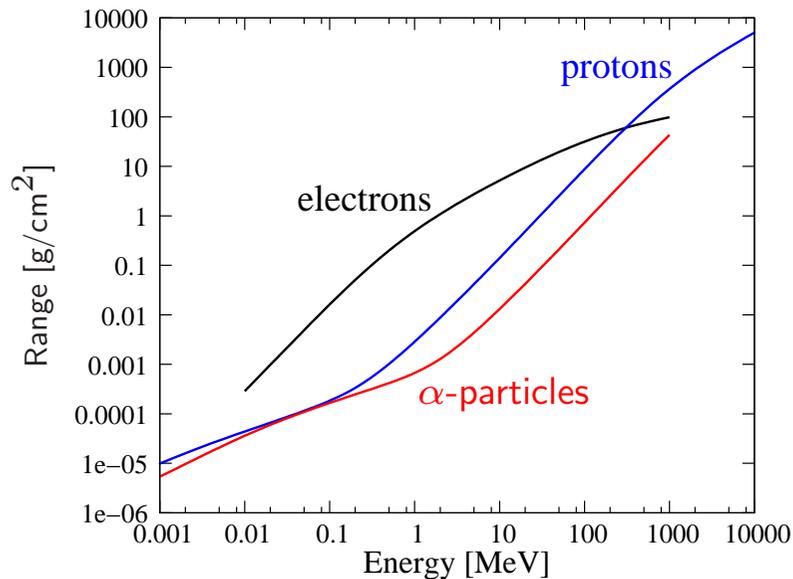


Die mittlere Reichweite $\langle R \rangle$ von Teilchen wird aus ihrer Anfangsenergie E_0 und ihrem mittleren Energieverlust pro Längeneinheit berechnet,

$$\langle R \rangle = - \int_{E_0}^0 \frac{dE}{dE/dx}.$$

Die mittlere Reichweite ist links dargestellt. Weil der jeweilige Energieverlust eines Teilchens statistisch streut, wird die Reichweite an

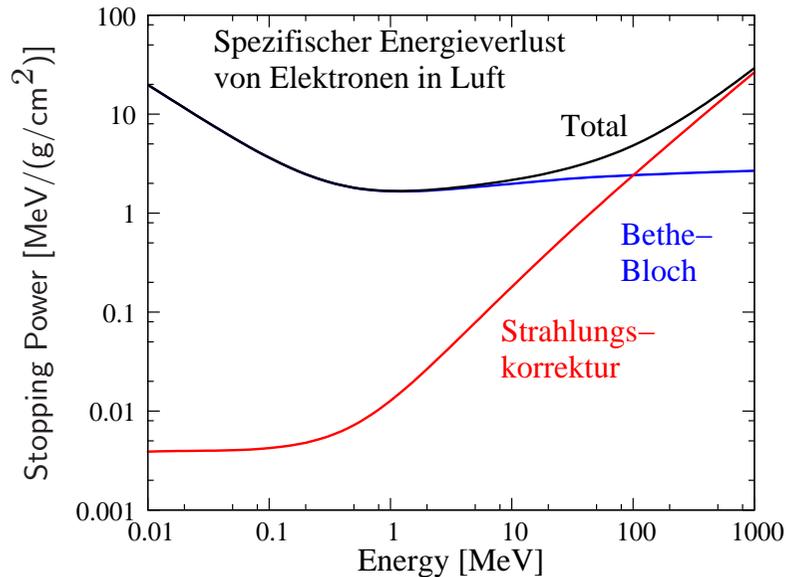
jener Stelle definiert, bis zu der die Hälfte aller Teilchen in das Material eindringen. Die Reichweite ist natürlich sowohl vom Material, wie auch von Teilchensorte und -energie abhängig.



Die Energieabhängigkeit der Reichweiten von Elektronen, Protonen und α -Teilchen in Luft ist nebenan dargestellt. Offensichtlich muss bei Elektronen noch ein weiterer Prozess eine Rolle spielen. In der Tat müssen bei relativistischen Elektronen ($E > m_e c^2$) Strahlungsverluste berücksichtigt werden. Die Streuung der Elektronen an anderen Elektronen führt zu einer Beschleunigung (Abbremsung) und die beschleunigten Ladungen strahlen (Bremsstrahlung).

Dies führt zu einer langsameren Zunahme der Reichweite mit steigender Energie. Strahlungsverluste spielen auch bei anderen Teilchen eine Rolle, aber eben nicht im hier abgebildeten Energiebereich. Für Protonen kann der Ansatz errahnt werden.

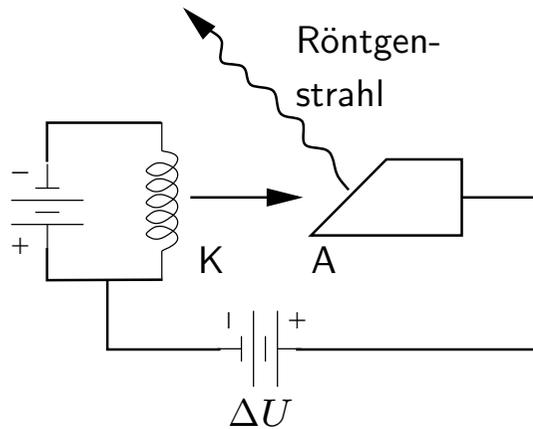
Energieverlust von Elektronen



Die beiden Komponenten des Energieverlustes von Elektronen sind links für Luft dargestellt. Man sieht, dass die Strahlungskorrektur etwa bei $E \approx m_e c^2$ einsetzt aber erst bei einem Mehrfachen dieser Energie zu dominieren beginnt.

Weil energiereiche Elektronen mit den gleich schweren Elektronen im Medium wechselwirken, können sie diesen im Maximum ihre ganze kinetische Energie abgeben. Elektronen streuen deshalb wesentlich mehr als schwere Projektile, ein einfallender paralleler Elektronenstrahl wird daher viel schneller diffus und seine Reichweite ist weniger klar definiert als die schwerer Projektile.

Erzeugung von Röntgenstrahlung – Die Bremsstrahlung



Röntgenquellen nutzen die Abbremsung von Elektronen – die Bremsstrahlung – aus, links ist eine schematisch dargestellt. Elektronen werden thermisch an der Kathode erzeugt und durch eine Potentialdifferenz ΔU von mehreren kV nach rechts zur Anode hin beschleunigt. Beim Auftreffen auf die Anode werden sie stark abgebremst und emittieren Bremsstrahlung im Röntgenbereich. Die statistische Verteilung der Energieverluste

der Elektronen definieren das Röntgenspektrum der Quelle. Die maximale Frequenz entsteht durch die Elektronen, die mit nur einer Wechselwirkung vollständig gestoppt werden, also

$$\nu_{\max} = e \cdot \Delta U / h.$$

Wechselwirkung von γ -Strahlung mit Materie

γ -Strahlung ist elektrisch neutral und trotzdem ionisierend. Sie kann nicht über Coulomb-Kräfte wechselwirken sondern tut dies via

elastische Streuung (sog. Rayleigh-, resonante oder Thompson-Streuung)

inelastische Streuung (sog. Compton-Streuung)

Absorption in einer Elektronenhülle (sog. Photoeffekt)

Absorption in einem Atomkern (sog. Kern-Photoeffekt)

Paarbildung (in der Teilchenpaare erzeugt werden)

Photonen können also über verschiedene Prozesse mit Materie wechselwirken, deren Bedeutung sich mit der Energie der Photonen allerdings stark ändert. Wir diskutieren die Prozesse nun mit aufsteigender Energie.

Wirkungsquerschnitte für die einzelnen Prozesse können am US-National Institute of Standards and Technology (NIST) gefunden werden. Das Programm XCOM beinhaltet die neusten Messungen von Wirkungsquerschnitten.
<http://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/Text/XCOM.html>

Die Thomson-Streuung



Als einfachsten Fall untersuchen wir die Streuung von Licht an freien Elektronen. Die Abbildung links zeigt eine Kompositaufnahme der solaren Korona, in der freie Elektronen das Licht von der Photosphäre zum Beobachter hin streuen. Der Prozess heißt Thomson-Streuung und ändert die Frequenz des gestreuten Lichtes nicht (elastische Streuung). Wenn wir Licht als ebene Welle ansetzen,

$\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \cdot \sin(\omega t)$, und auf ein Elektron die entsprechende Kraft $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ wirken lassen, so können wir seine Bewegungsgleichung durch die eines harmoni-

schen Oszillators nähern.

$$m_e \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = -eE_0 \sin(\omega t) \quad \longrightarrow \quad z = \frac{eE_0}{m_e \omega^2} \sin(\omega t) = \frac{p_0}{e} \sin(\omega t).$$

Das Elektron wird dabei zu kohärenten Schwingungen angeregt und strahlt, wie in Physik II behandelt, ab (Dipolstrahlung mit Dipolmoment p_0).

Der Wirkungsquerschnitt für die Thomson-Streuung beträgt

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} \right)^2 = \frac{8\pi}{3} r_e^2 = 6,65 \times 10^{-29} \text{m}^2 = 0,665 \text{barn},$$

wo r_e der klassische Elektronenradius ist.

Übung: Wie lange braucht ein Photon um aus dem Innern der Sonne “ans Freie” zu kommen? Bestimmen Sie hierzu die mittlere freie Weglänge $\lambda = 1/(n_e \sigma_T)$ des Photons, wo n_e die Elektronendichte im Sonneninnern ist.

Herleitung von σ_T

Wir können das Dipolmoment des Elektrons schreiben als

$$\vec{p} = -ez\hat{z} = -p_0 \sin(\omega t)\hat{z}, \quad \text{wo } p_0 = \frac{e^2 E_0}{m_e \omega^2}.$$

Wir setzen p_0 in den aus der Physik II bekannten Ausdruck für die abgestrahlte Leistung eines oszillierenden Dipols ein:

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{\omega^4 p_0^2}{32\pi^2 \varepsilon_0 c^3} \sin^2 \theta, \quad \longrightarrow \quad \frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^4 E_0^2}{32\pi^2 \varepsilon_0 c^3 m_e^2} \sin^2 \theta$$

Der mittlere Energiefluss einer einfallenden Welle ist

$$|\langle \Phi \rangle| = \frac{c\varepsilon_0 E_0^2}{2}.$$

Der Streuquerschnitt ist auch definiert als der Anteil der gestreuten Strahlung,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \stackrel{.}{=} \frac{\text{gestreute Strahlung}}{\text{einfallende Strahlung}} = \frac{dP/d\Omega}{|\langle\Phi\rangle|} = \frac{e^4 E_0^2}{32\pi^2 \varepsilon_0 c^3 m_e^2} \sin^2 \theta \cdot \frac{2}{c\varepsilon_0 E_0^2}.$$

Wir finden also, dass der Streuquerschnitt durch den klassischen Elektronenradius r_e gegeben ist:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e c^2} \right)^2 \sin^2 \theta = r_e^2 \sin^2 \theta.$$

Der totale Streuquerschnitt ergibt sich dann als Integral¹ über $d\Omega$,

$$\sigma_T = r_e^2 \int \sin^2 \theta d\Omega = 2\pi r_e^2 \int \sin^3 \theta d\theta = \frac{8\pi}{3} r_e^2 = 6,65 \cdot 10^{-29} \text{m}^2.$$

¹ $\int \sin^3 \theta d\theta = (1/3) \cos^3 \theta - \cos \theta + C$

Der klassische Elektronenradius r_e

Wir kennen bereits zwei Längenskalen in der mikroskopischen (Quanten-) Physik, den Bohrschen Atomradius und die Compton-Wellenlänge des Elektrons:

$$a_0 = \frac{\hbar}{m_e c \alpha} = 5,292 \cdot 10^{-11} \text{ m}, \quad \lambda_C = \frac{h}{m_e c} = 2,426 \cdot 10^{-12} \text{ m}.$$

Beide Längen unterscheiden sich um $2\pi\alpha$, wo α die Feinstrukturkonstante ist. Die nächst kleinere Länge ist der klassische Elektronenradius, der sich durch Vergleich der Energie des elektrischen Feldes des Elektrons mit seiner Ruheenergie ergibt.

$$W(r_e) = e \cdot U(r_e) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_e} = m_e c^2 \longrightarrow r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e c^2} = 2,8 \cdot 10^{-15} \text{ m}.$$

Spätestens ab dieser Skala muss die Energie im Feld berücksichtigt werden².

²Man spricht dann von der sogenannten "Renormierung".

Die Rayleigh-Streuung

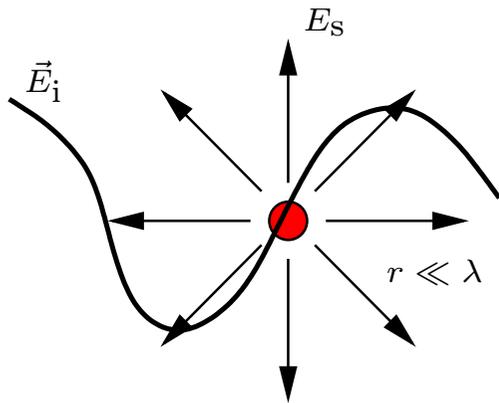


Rayleigh-Streuung tritt immer dann auf, wenn die streuenden Partikel gebundene Elektronen beinhalten und kleiner sind als die Wellenlänge des gestreuten Lichtes. Der Streuquerschnitt ist dann proportional zu ω^4 . Prominentestes Beispiel der Rayleigh-Streuung ist der blaue Himmel (Bild: Wikipedia). Wegen der Frequenzabhängigkeit ist die Intensität des gestreuten blauen Lichtes höher als die des roten Lichtes,

$$\frac{\sigma_{\text{blau}}}{\sigma_{\text{rot}}} = \left(\frac{\omega_{\text{blau}}}{\omega_{\text{rot}}} \right)^4 = \left(\frac{\lambda_{\text{rot}}}{\lambda_{\text{blau}}} \right)^4 \approx 16,$$

Blaues Licht wird etwa 16 mal stärker gestreut wird, als rotes.

Herleitung der Abhängigkeit von $\sigma \propto 1/\lambda^4$

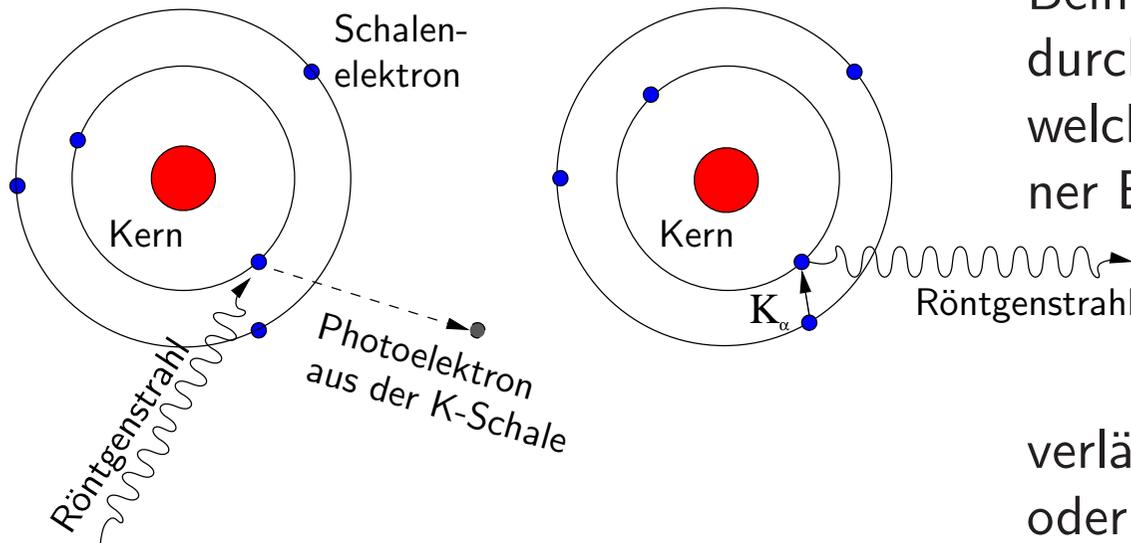


Lord Rayleigh (J. W. Strutt, Philos. Mag., **41**, 107, 274 (1871)) hat für den Streuquerschnitt im langwelligen Bereich eine elegante Herleitung mittels **Dimensionsanalyse** gefunden. Ist ein streuendes Partikel wesentlich kleiner als die Wellenlänge des Lichtes, so oszillieren dessen Komponenten alle in Phase mit dem äußeren Feld E_i . Deshalb ist das gestreute Feld, E_s proportional zum Volumen V des Partikels und zum äußeren Feld E_i .

Wegen Energieerhaltung gilt auch $E_s^2 \propto 1/r^2$. Aus Dimensionsgründen muss dann gelten: $E_s \propto \frac{E_i V}{r \lambda^2}$, weil nur noch das Quadrat der Wellenlänge λ die richtige Einheit hat, um die Proportionalität zu gewährleisten. Deshalb gilt

$$E_s^2 \propto \frac{E_i^2 V^2}{r^2 \lambda^4}, \quad \text{also} \quad \sigma \propto \lambda^{-4} \propto \omega^4.$$

Der Photoeffekt



Beim Photoeffekt wird ein γ -Quant durch ein Hüllenelektron absorbiert, welches seinen Ort wiederum mit einer Energie

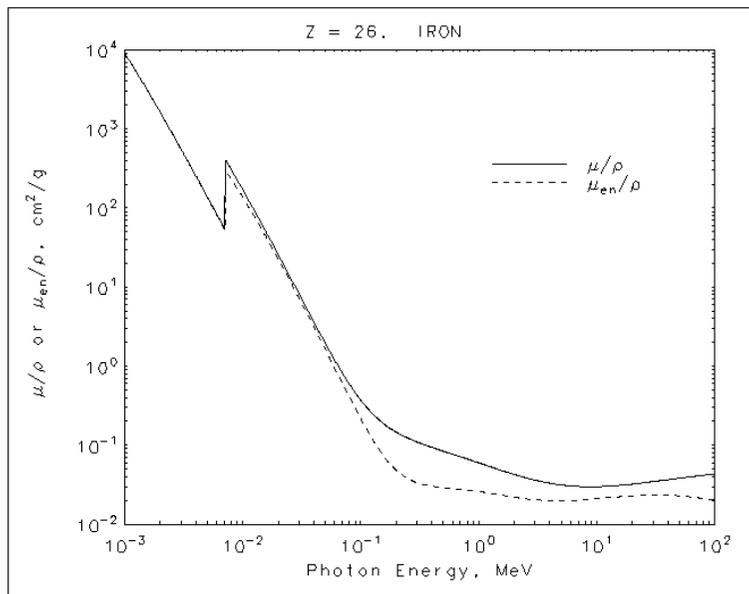
$$E_{\text{kin}} = h \cdot \nu - E_B$$

verlässt. Das absorbierende Atom oder Ion (das absorbierende Material)

erfährt wegen der Absorption des γ -Quants einen Rückstoß (Das γ -Quant ist ja dann verschwunden!). Der Wirkungsquerschnitt für den Photoeffekt ist

$$\sigma_{\text{ph}} \sim \sigma_T \cdot Z^5 \cdot \left(\frac{m_e c^2}{E_\gamma} \right)^{7/2},$$

wo $\sigma_T = (8/3)\pi \cdot r_e^2$ der Thomson-Streuquerschnitt und $r_e = e^2/(4\pi\epsilon_0 m_e c^2)$ der klassische Elektronenradius ist. Deshalb ist für schwere Elemente (Z^5 !) der Photoeffekt für kleine E_γ der überwiegende Absorptionsmechanismus.

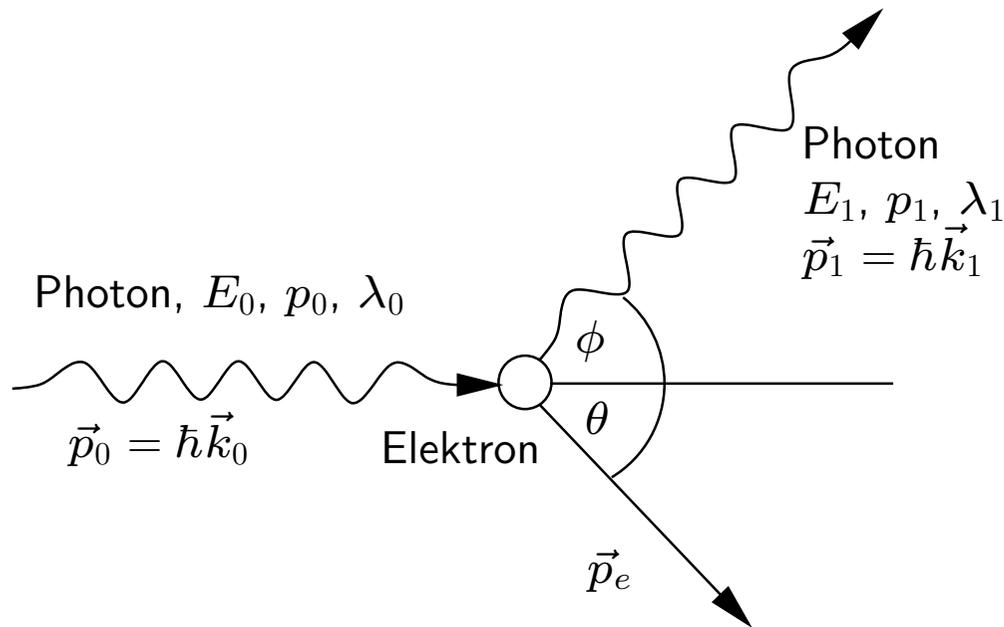


Links ist der Massenschwächungskoeffizient für Eisen gezeigt. Die Kante bei ca. 8,8 keV ist die Ionisationsenergie des He-ähnlichem Fe^{24+} (Fe XXV), also die K-Schale. Bei Blei sieht man wesentlich mehr Schalen, wie auf Seiten 27 und 29 gezeigt ist. Bei Al ist eine bei ca. 2 keV zu sehen.

Ionisationsenergien finden Sie bei

<http://physics.nist.gov/cgi-bin/ASD/ie.pl>, die Abb. stammt von <http://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/ElemTab/z26.html>

Der Compton-Effekt



In P4_V1 haben wir bereits die Comptonsche Streuformel hergeleitet,

$$\lambda_1 - \lambda_0 = \lambda_c (1 - \cos \phi), \quad (1)$$

wo $\lambda_c = h/(m_e c)$ die Compton-Wellenlänge ist. Sie ist die Längenskala, ab der sich klar zeigt, dass Photonen auch als Teilchen aufge-

fasst werden müssen.

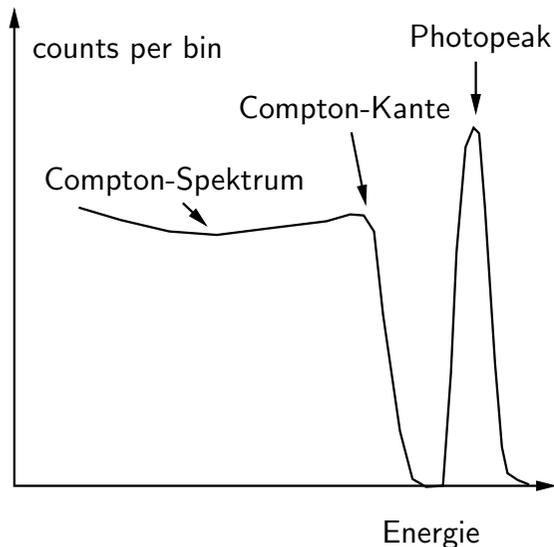
Der Wirkungsquerschnitt für die Compton-Streuung wurde 1929 von O. Klein und

Y. Nishina berechnet, für $E_\gamma \gg m_e c^2$ gilt

$$\sigma_c = \pi r_e^2 \cdot Z \frac{m_e c^2}{E_\gamma} \left[\frac{1}{2} + \ln \left(\frac{2E_\gamma}{m_e c^2} \right) \right].$$

Die Comptonsche Streuformel kann auch geschrieben werden als

$$\frac{1}{E_1} - \frac{1}{E_0} = \frac{1}{m_e c^2} (1 - \cos \phi), \quad \text{bzw.}$$
$$E_1 = \frac{E_0}{1 + \frac{E_0(1 - \cos \phi)}{m_e c^2}}.$$



Weil das gestreute Elektron rasch seine Energie an das umliegende Medium abgibt, ist die durch Compton-Streuung an das Medium übertragene Energie

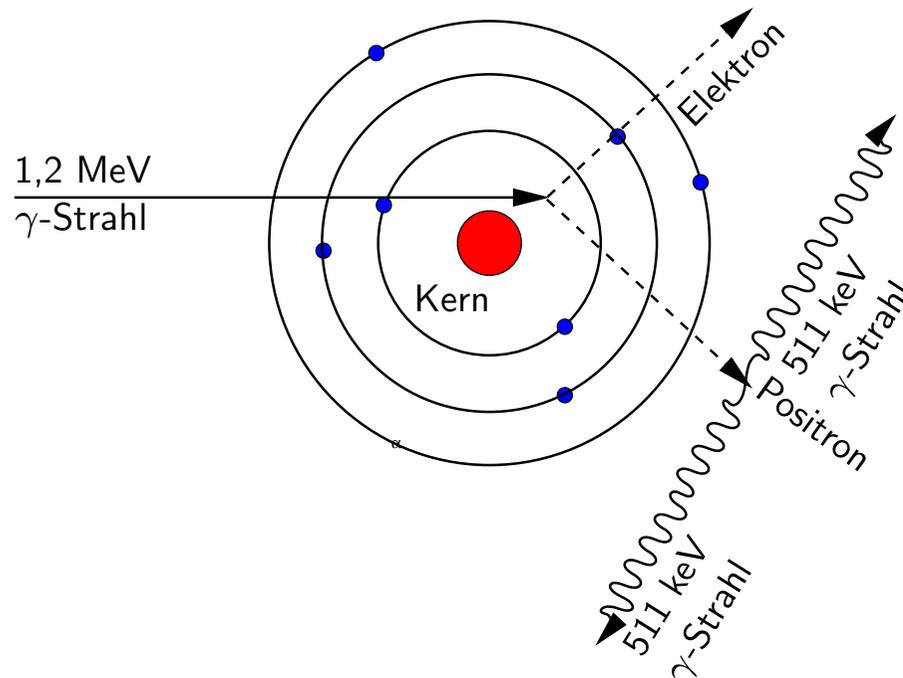
$$\Delta E = E_0 - E_1 = E_0 \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{E_0(1 - \cos \phi)}{m_e c^2}} \right).$$

Der maximale Energieübertrag ergibt sich für $\phi = \pi$, also eine Streuung um 180 Grad. Einsetzen ergibt

$$\Delta E_{\max} = \frac{2E_0^2}{m_e c^2 + 2E_0}.$$

Das bedeutet, dass ein Detektor, in dem γ -Quanten via Compton-Effekt gemessen werden, bei dieser höchsten Energie eine "Kante" aufweisen wird, die sog. **Compton-Kante**.

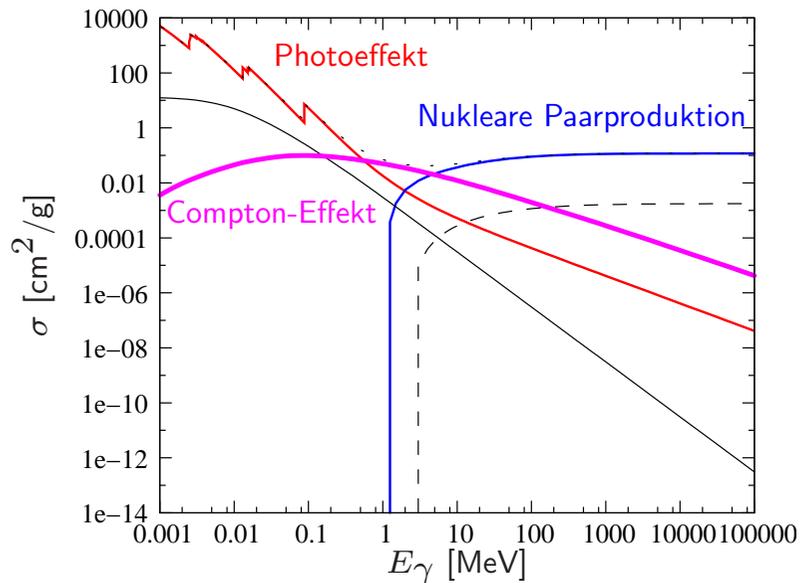
Die Paarbildung



die leichten Elemente) oder über den Photoeffekt.

Bei der Paarproduktion wird im starken Feld der Atomhülle oder des Kerns ein Elektronen-Positronen-Paar erzeugt. Das Positron annihiliert rasch mit einem umgebenden Elektron unter Aussendung von zwei Photonen der Energie $E_\gamma \geq 511 \text{ keV}$. Das Elektron verliert seine Energie nach Bethe-Bloch, die entstandenen γ -Quanten verlieren sie durch Compton-Streuung (für

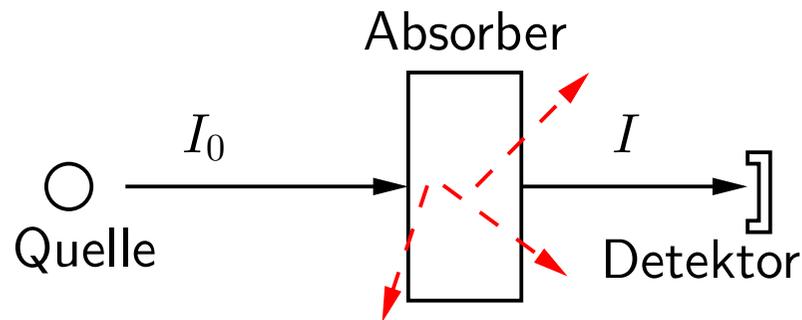
Zusammenfassung



Der gesamte Wirkungsquerschnitt für γ -Quanten setzt sich also aus den verschiedenen eingangs genannten Prozessen zusammen. Diese sind sowohl von der Energie des Projektils wie auch von der Kernladungszahl des Targets abhängig. Links ist der totale Wirkungsquerschnitt für Blei dargestellt, einige behandelte Prozesse sind farbig hervorgehoben. Für ein leichteres Element wird der Compton-Effekt an Prominenz gewinnen.

Die durchgezogene schwarze Kurve zeigt die kohärente (elastische oder Rayleigh) Streuung, die gestrichelte die Paarbildung im Feld der Elektronen.

Abschirmung/Schwächungskoeffizienten



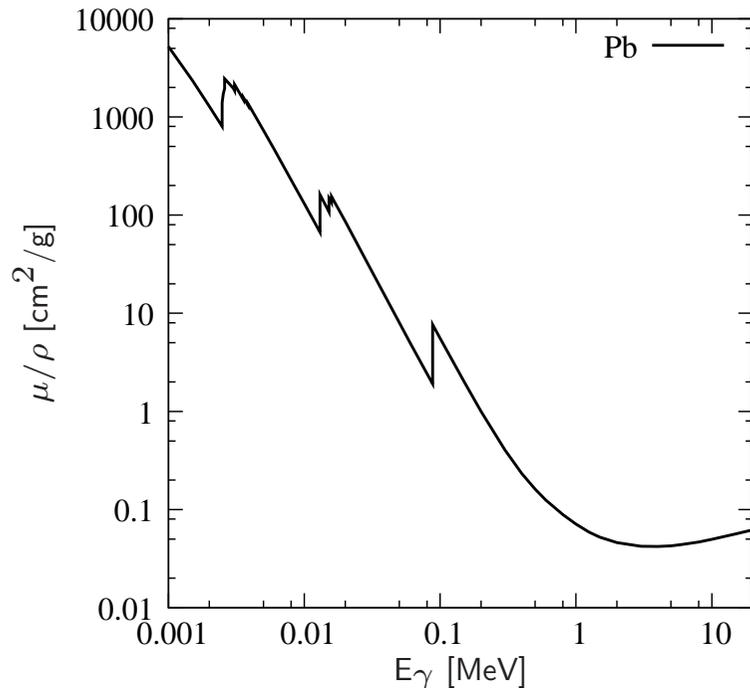
Beim Durchgang durch Materie werden Röntgen- oder γ -strahlen gestreut. In der links skizzierten Konfiguration sind die gestreuten Photonen rot und gestrichelt dargestellt, die transmittierten schwarz. Beim Detektor kommen nicht alle ausgesandten

Photonen an. Die Schwächung des Strahls ist proportional zur Intensität des Strahls,

$$\frac{dI}{dx} = -\mu I \quad \text{und damit} \quad I(x) = I_0 \cdot \exp(-\mu \cdot x) \quad \text{im Medium.}$$

Die Proportionalitätskonstante μ heißt **Schwächungskoeffizient**. Weil die Abschirmung auch proportional zur Dichte des Materials ist, ist es sinnvoll, den sog. **Massenschwächungskoeffizienten** μ/ρ einzuführen.

Abschirmung/Schwächungskoeffizienten



Die γ -Strahlung wird durch Materie abgeschirmt. Die Abschirmung läßt sich durch den sog. Massenschwächungskoeffizienten $(\mu/\rho)_i$ beschreiben.

Die Massenschwächungskoeffizienten $(\mu/\rho)_i$ der Elemente können im Netz gefunden werden³.

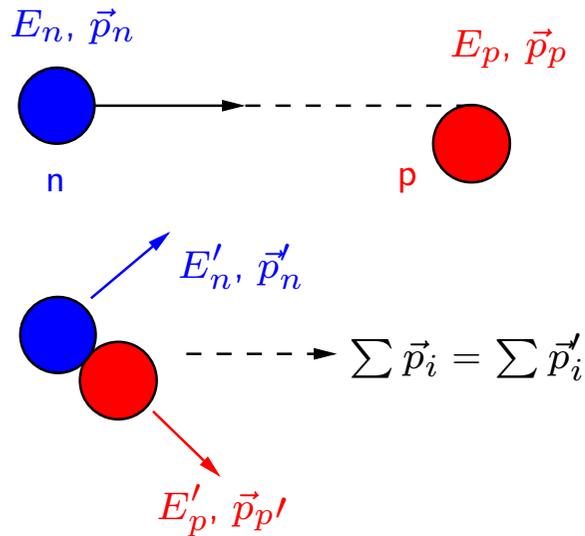
Die Massenschwächungskoeffizienten für zusammengesetzte Materialien $\bar{\mu}/\rho = \sum w_i (\mu/\rho)_i$ können aus der prozentualen

Gewichtsverteilung der Elemente berechnet oder im Netz gefunden werden⁴.

³ <http://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/tab3.html>

⁴ <http://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/tab4.html>

Wechselwirkung von Neutronen mit Materie



Neutronen sind ungeladene Teilchen und können elektromagnetisch mit den Elektronen im Medium höchstens über ihr magnetisches Moment wechselwirken. Viel stärker ist aber ihre Wechselwirkung mit den Atomkernen, die man für niedrige Energien oft durch elastische Stöße harter Kugeln nähern kann. Dabei gelten sowohl Energie- wie auch Impulserhaltung. Treten Kernreaktionen auf, so müssen die Stöße inelastisch behandelt werden.

$$\vec{p}_n + \vec{p}_K = \vec{p}'_n + \vec{p}'_K,$$

$$\frac{p_n^2}{2m_n} + \frac{p_K^2}{2m_K} = \frac{p_n'^2}{2m_n} + \frac{p_K'^2}{2m_K} + Q.$$

Elastische Stöße im Schwerpunktsystem II

Oft wird der eine Stoßpartner vor dem Stoß in Ruhe sein, etwa wenn ein Teilchen der Masse m_1 in einem Beschleuniger auf ein Targetteilchen der Masse m_2 trifft. Dann gilt also $\vec{v}_2 = \vec{0}$. Wir wollen diesen wichtigen Spezialfall untersuchen. Der Einfachheit halber berücksichtigen wir nur elastische Stöße und untersuchen, wie der Streuwinkel θ die Streuresultate beeinflusst.

Die Schwerpunktgeschwindigkeit vor (\vec{v}_S) und nach (\vec{u}_S) dem Stoß ist

$$\vec{v}_S = \vec{u}_S = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{0}}{m_1 + m_2} = \frac{\vec{v}_1}{1 + X}, \quad \text{wo } X = \frac{m_2}{m_1}.$$

Wir rechnen \vec{v}_1 und \vec{v}_2 in das Schwerpunktsystem S_S um:

$$\vec{v}_{1,S} = \vec{v}_1 - \vec{v}_S = \frac{X}{1 + X} \vec{v}_1,$$

$$\vec{v}_{2,S} = \vec{v}_2 - \vec{v}_S = -\vec{v}_S = -\frac{\vec{v}_1}{1+X}, \quad \text{weil } \vec{v}_2 = 0$$

$$\vec{u}_{1,S} = \vec{u}_1 - \vec{v}_S$$

Wir lösen die letzte Gleichung nach \vec{u}_1 auf und quadrieren das Resultat.

$$u_1^2 = u_{1,S}^2 + \frac{v_1^2}{(1+X)^2} + 2u_{1,S} \frac{v_1}{1+X} \cos \theta$$

Das Resultat bringen wir auf einen Nenner

$$u_1^2 = \frac{(1+X)^2 u_{1,S}^2 + v_1^2 + 2(1+X) u_{1,S} v_1 \cos \theta}{(1+X)^2}.$$

Wegen der Energieerhaltung im Schwerpunktsystem für elastische Stöße $p'_{1,S}/(2\mu) = p_{1,S}/(2\mu)$ gilt auch (sofern m_1 und m_2 gleich bleiben!) $u_{1,S}^2 = v_{1,S}^2$

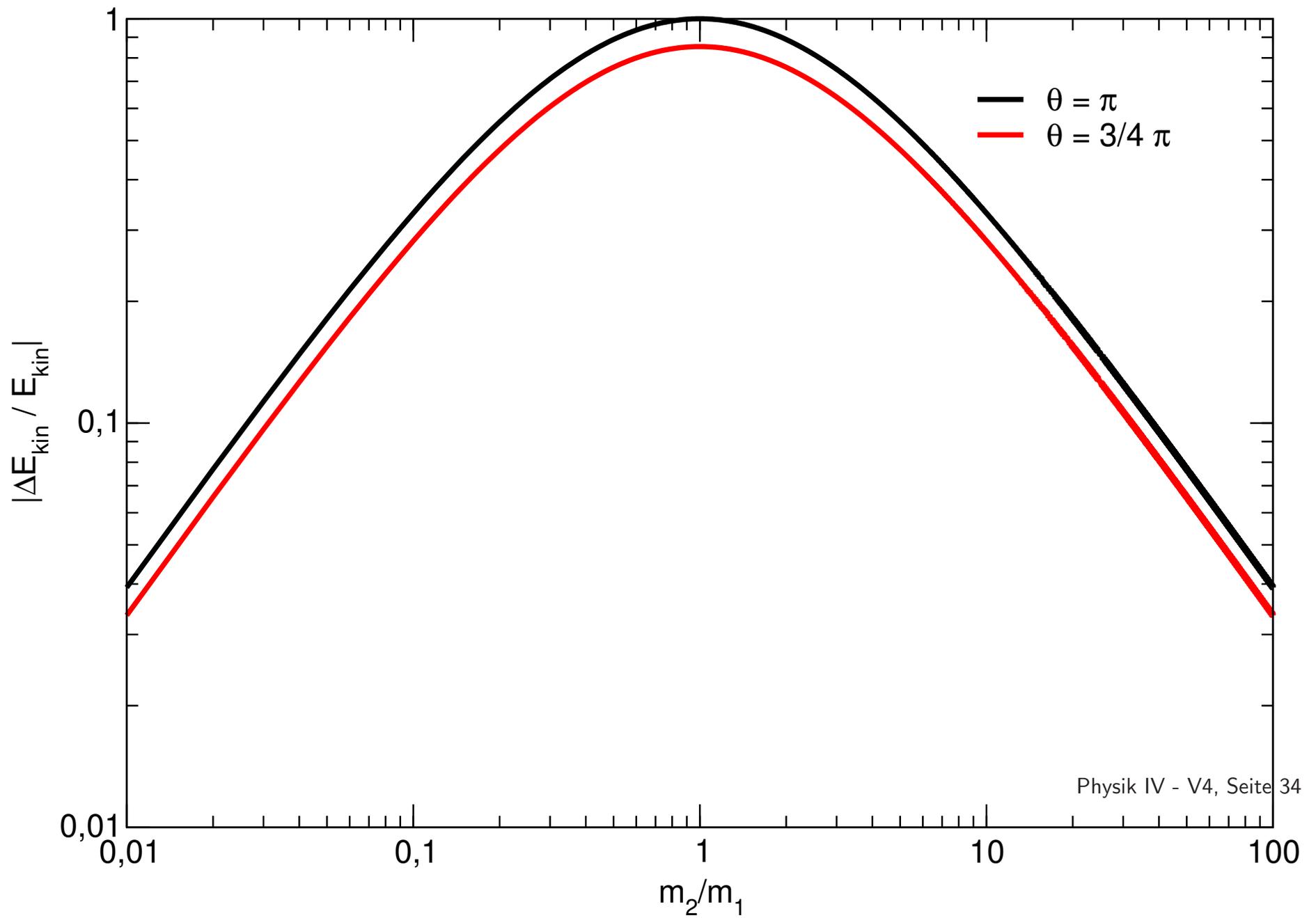
und mit $v_{1,S} = v_1 X / (1 + X)$ gilt folglich

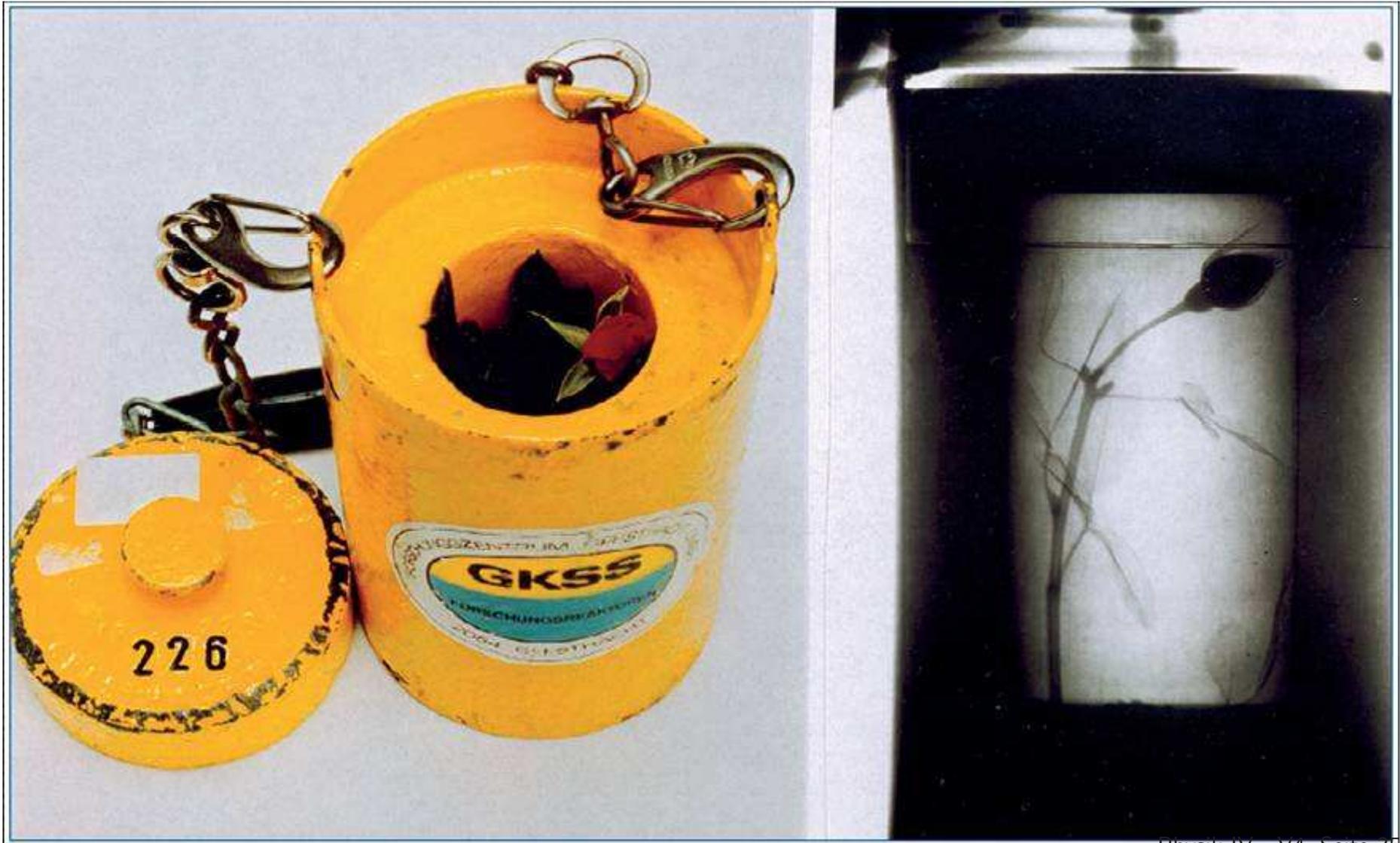
$$u_1^2 = v_1^2 \frac{X^2 + 2X \cos \theta + 1}{(1 + X)^2}.$$

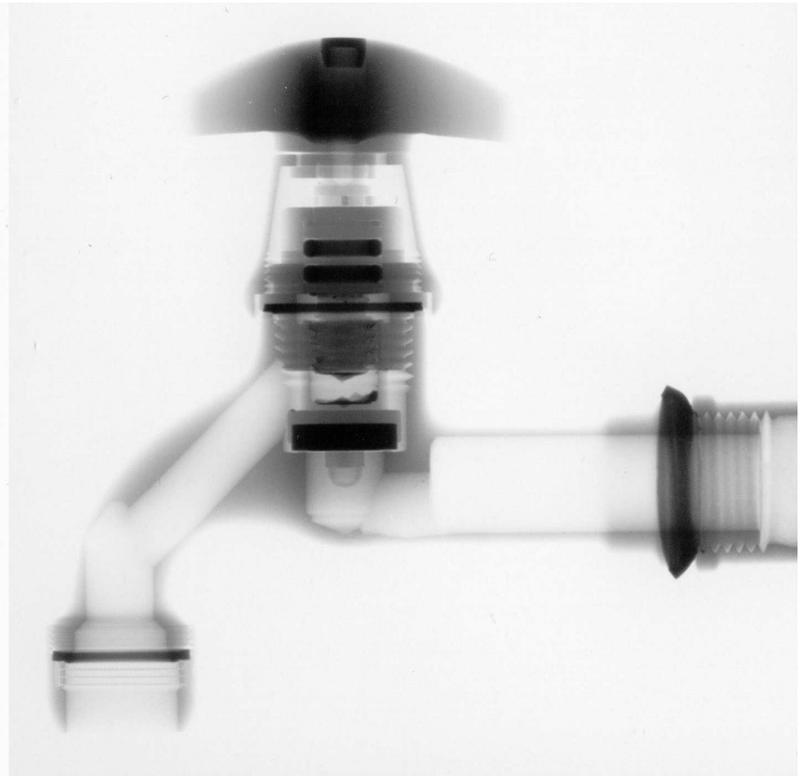
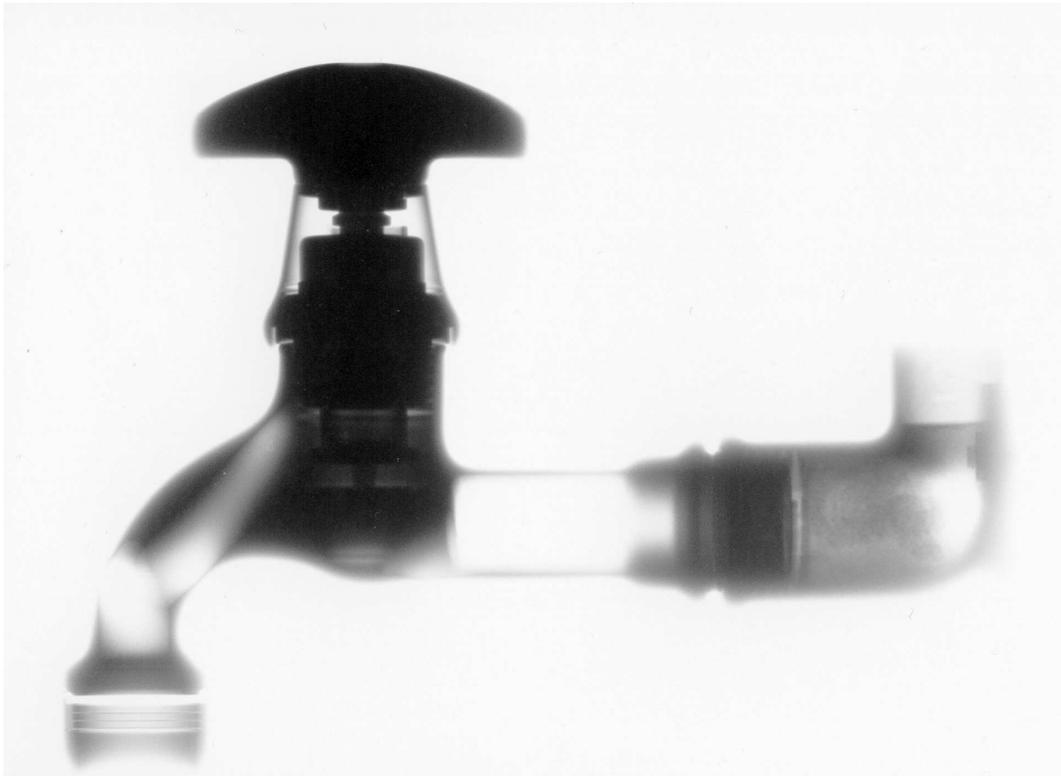
Der Energieübertrag in einem elastischen Stoß ist (bei unveränderter Masse):

$$\frac{\Delta E_{\text{kin}}}{E_{\text{kin}}} = \frac{E_{\text{kin},1} - E'_{\text{kin},1}}{E_{\text{kin},1}} = 1 - \frac{X^2 + 2X \cos \theta + 1}{(1 + X)^2}.$$

Die drei folgenden Bilder zeigen den maximalen Energieübertrag, eine Rose im Bleicontainer im Neutronenlicht der GKSS und eine Röntgenaufnahme (links) und eine Neutronenradiographie (rechts) eines Wasserhahns (GKSS, M. Müller).







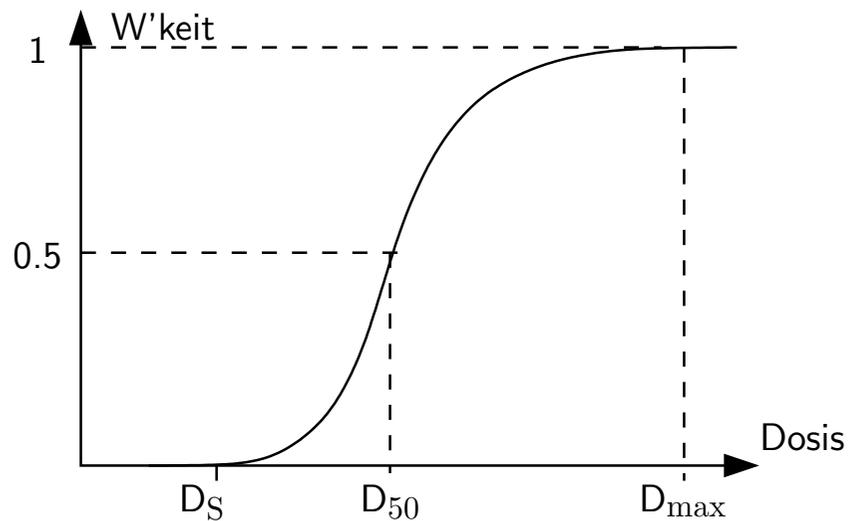
Biologische Effekte von Strahlung

Passiert ionisierende Strahlung Gewebe, können molekulare Bindungen zerstört oder Atome ionisiert werden oder freie Radikale entstehen (“Knacken” von H_2O). Wesentlich schädlicher sind Strahlenschäden in der DNS⁵ im Erbgut. Man unterscheidet nach ICRP (International Commission on Radiological Protection):

Deterministische Strahlenwirkungen sind Wirkungen, bei denen der Schweregrad des Strahlenschadens eine Funktion der Dosis ist. Bei vielen deterministischen Wirkungen besteht eine Dosischwelle, unterhalb derer keine klinischen Symptome auftreten.

Stochastische Strahlenwirkungen sind solche, bei denen die Eintrittswahrscheinlichkeit für einen Strahleneffekt, nicht aber dessen Schweregrad, von der Energiedosis abhängt.

⁵Desoxyribonukleinsäure (DNS, engl. Deoxyribonucleic acid (DNA))



Beispiele für deterministische Strahlenschäden sind Strahlenkrankheit, Strahlentod, Absterben von Gewebe bei lokaler Wirkung. Dieses wird bei der Tumorbekämpfung gezielt ausgenutzt. Dabei wird die Abhängigkeit von der Dosischwelle ausgenutzt.

Beispiele für stochastische Strahlenschäden sind Tumor oder vererbare Schäden. Stochastischen Schäden wird keine Dosischwelle unterstellt (Linear Non-Threshold-Model), was aber durch neuere Forschung nicht gestützt wird.

Wiederholung: Einheiten der Aktivität

Heute wird Aktivität in Einheiten von Becquerel gemessen,

$$1\text{Becquerel} = 1\text{Bq} = 1\text{Zerfall pro Sekunde.}$$

Die Wirkung radioaktiver Strahlung wird in zwei (drei) Einheiten gemessen. Die Ionisation wird gemessen in Röntgen, wobei ein Röntgen diejenige Strahlungsmenge an γ -Strahlung ist, die $2 \cdot 10^9$ Ionenpaare pro Mililiter Luft erzeugt, oder, in anderen Worten,

$$1\text{Röntgen} = 1\text{R} = 2.58 \cdot 10^{-4} \frac{\text{C}}{\text{kg}} (\text{Luft}).$$

Oft ist die abgegebene Energiemenge pro Masse, die sog. **Dosis**, interessanter, sie

wird in Gray gemessen,

$$1 \text{ Gray} = 1 \text{ Gy} = 1 \frac{\text{J}}{\text{kg}}.$$

Ist die biologische Wirksamkeit gefragt, wird die Dosis mit einem Qualitätsfaktor Q multipliziert, die sog. **Äquivaläntdosis** wird in Sievert gemessen,

$$1 \text{ Sievert} = 1 \text{ Sv} = Q \cdot \text{Gy}.$$

Die Qualitätsfaktoren werden durch die “International Commission on Radiological Protection” (ICRP) definiert.

Überlegung: Was ist 1 J/kg?

Um wieviel erwärmt sich 1 kg Wasser bei einer Energiezufuhr von 1J?

Die Wärmemenge = $\Delta T m c_{\text{H}_2\text{O}}$ ist also 1 J, die Masse $m = 1\text{kg}$ und folglich $\Delta T = 1/c_{\text{H}_2\text{O}}$ in Einheiten von J, K, kg. Mit $c_{\text{H}_2\text{O}} = 4.1813 \cdot 10^3 \text{ J/kg/K}$ ist $\Delta T = 1/4.1813 \cdot 10^3 = 0.24 \cdot 10^{-3} \text{ K}$. Das ist sehr klein, aber...

Auswirkungen auf den Menschen

Dosis (Ganzkörper)	Auswirkungen
< 0.25 Sv	keine klinisch nachweisbaren Schäden
0.25 Sv	Abnahme von weißen Blutkörpern
0.5 Sv	Zunehmende Zerstörung von Leukozyten-bildenden Organen, was zu einer Abnahme der Infektionsresistenz führt
1 Sv	Deutliche Veränderungen im Blutbild, besonders Abnahme der Leukozyten und Neutrophilen ("Fresszellen").
2 Sv	Übelkeit und andere Symptome
5 Sv	Schäden am Gastrointestinaltrakt, die zu Blutungen führen. Etwa 50%-ige Todeswahrscheinlichkeit
10 Sv	Zerstörung des neurologischen Systems und etwa 100%-ige Todeswahrscheinlichkeit innerhalb von 24 Stunden.

Maximum Permissible Dose (MPD)

Die ICRP und der NCRP haben die folgenden Werte für die maximal zulässige Dosis (Maximum permissible Dose (MPD)) für Bevölkerung und beruflich exponierte Personen herausgegeben. Dabei gilt für alle Expositionen das **ALARA**-Prinzip (**A**s **L**ow **A**s **R**easonably **A**chievable).

		NCRP	ICRP
Bevölkerung	Jährliche MPD	1 mSv	1 mSv
beruflich	Jährliche MPD	50 mSv	20 mSv
strahlenexponierte	kumulative MPD	10 mSv × Alter	-
Personen	Schwangerschaft	5 mSv	2 mSv

Zum Vergleich: Wegen der Höhenstrahlung trägt ein Langstreckenflug in 10km Höhe $6 \mu\text{Sv/h}$ zur Dosis bei. Kabinenpersonal bleibt jährlich ca. 1000 Stunden in dieser Höhe, erfährt also etwa 6 mSv/a und muss als beruflich strahlenexponiertes Personal eingestuft werden. (Astronauten auf der ISS erfahren bis zu $35 \mu\text{Sv/h}$.)

Art der Strahlenquelle	Effektive Dosis im Jahr
Natürliche Strahlenquellen	
Kosmische Strahlung (auf Meeresebene)	0,3 mSv
Terrestrische Strahlung	
Äußerliche Bestrahlung	0,4 mSv
Einatmen von Radon	1,1 mSv
sonstige innere Strahlung	0,3 mSv
Summe natürliche Strahlenquellen	~ 2 mSv
Künstliche Strahlenquellen	
Medizinische Anwendungen	1,9 mSv
Kernkraftwerke (Normalbetrieb)	< 0,01 mSv
Folgen des Tschernobyl-Unfalls	< 0,016 mSv
Atombombenversuche	< 0,01 mSv
Sonstige künstliche Strahlung	< 0,02 mSv
Summe künstliche Strahlenquellen	~ 2 mSv
Summe nat. u. künstl. Strahlenquellen	~ 4 mSv

Die natürliche Hintergrundstrahlung

Land	Bq/m ³	empf. Grenzwert
Welt	39	-
Island	10	100
Deutschland	49	200
Schweiz	78	400/1000/3000*
Schweden	108	100
Mexiko	140	-

*Neubau/Wohnraum/Arbeitsraum

ersichtlich (Quelle: WHO). In der Schweiz kann man für jede Gemeinde den Radonstatus erfragen⁶. 222-Radon entsteht in der ²³⁸U Zerfallskette und zerfällt mit einer Halbwertszeit von 3.8 Tagen unter Aussendung eines α -Teilchens.

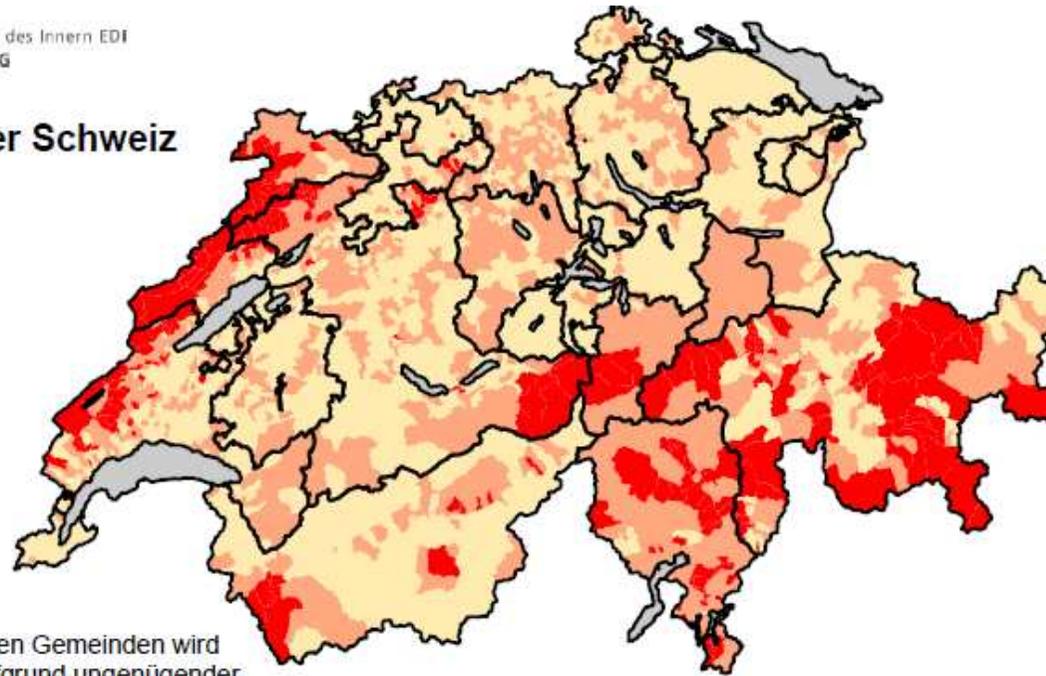
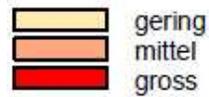
⁶Quelle:<https://www.bag.admin.ch/bag/de/home/themen/mensch-gesundheit/strahlung-radioaktivitaet-schal>

Während man versuchen kann (und soll), zusätzliche Belastungen durch “künstliche Strahlung” zu minimieren (ALARA-Prinzip), ist dies bei der natürlichen Hintergrundstrahlung nur in begrenztem Maße möglich. So schwankt die mittlere Radonkonzentration in Innenräumen erheblich, wie links

Eidgenössisches Departement des Innern EDI
Bundesamt für Gesundheit BAG

Radonkarte der Schweiz

Radonrisiko*:



* Bemerkung: in einigen Gemeinden wird das Radonrisiko aufgrund ungenügender Messungen geschätzt (siehe "Suchmaschine nach Gemeinde" unter www.ch-radon.ch).

Quelle:<https://www.bag.admin.ch/bag/de/home/themen/mensch-gesundheit/stra>

7

⁷Das Risiko an Lungenkrebs zu sterben nimmt pro 100 Bq/m³ um ca.10% zu. Schätzungen ergeben ca.230

Hohe natürliche Hintergrundstrahlung

Ort/Land	Dosisrate	Quelle
Guarapari/Brasilien	bis zu 440 mSv/a	1
Ramsar/Iran	bis zu 260 mSv/a	1
Kerala/Indien	bis zu 70 mGy/a	2
Yangjiang/China	6,4 mSv/a	3
Denver/USA	10,4 mSv/a	4

Die Tabelle zeigt Gegenden in denen die Hintergrundstrahlung vorallem aufgrund von Thorium in einer bestimmten Sandsorte (Monazit) und Radon sehr hoch ist.

Quellen:

¹ <http://www.sciencemag.org/content/309/5736/883.1.full>

² <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/19066487>

³ <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/11142210>

⁴ <http://isis-online.org/risk/tab7>

Eine Vergleichsmöglichkeit für verschiedene Belastungen gibt

http://en.wikipedia.org/wiki/Orders_of_magnitude_%28radiation%29

Radon-Tote/Jahr in der Schweiz, ca. 1900 in Deutschland (WHO, 2009)