

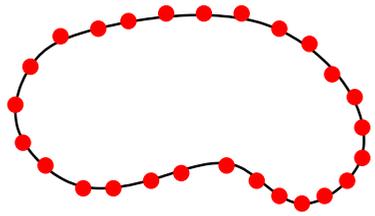
Elektrische Ladung

Elektrostatische Effekte sind seit dem Altertum bekannt: geriebener Bernstein! Eine goldhaltige Legierung mit ähnlicher Farbe heißt Elektron, Bernstein wurde gleich genannt. Daher der Ausdruck “elektrisch”.

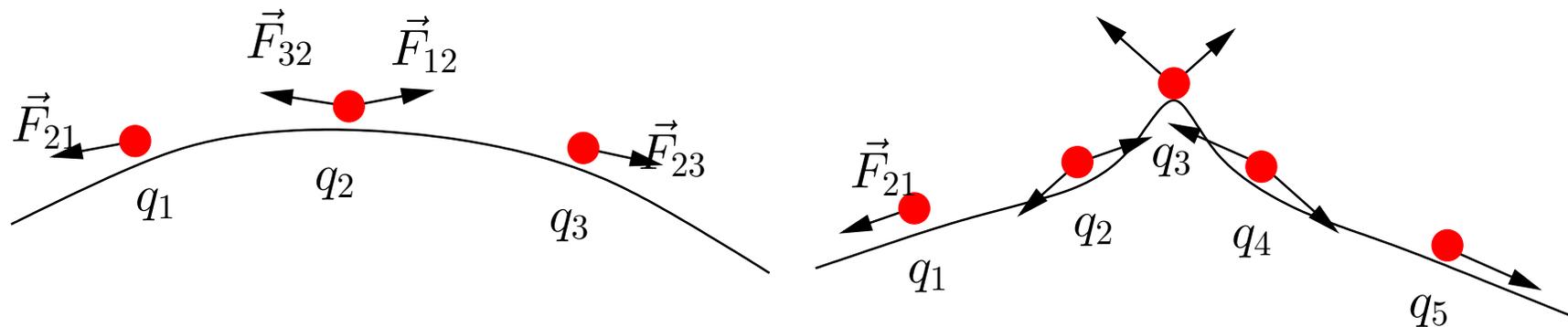
William Gilbert: “De magnete, magneticisque corporibus, et de magno magnete tellure; Physiologia nova, plurimis argumentis, experimentis demonstrata” (1600 in London): Viele Stoffe werden durch Reiben “elektrisch” (Diamant, Saphir, Amethyst, . . .) und andere gar nicht (Metalle, Holz, Knochen, Marmor, . . .)

Einige Kombinationen von Stoffen wirken (in geriebenem, “elektrischem” Zustand) anziehend, andere abstoßend. Lichtenberg hat 1778 damit die Polarität endgültig festgelegt: Mit Pelz oder Wolle geriebener Hartgummi ist danach negativ geladen, mit Seide geriebenes Glas oder Plexiglas positiv.

Ladungsverteilung auf der Oberfläche von Leitern

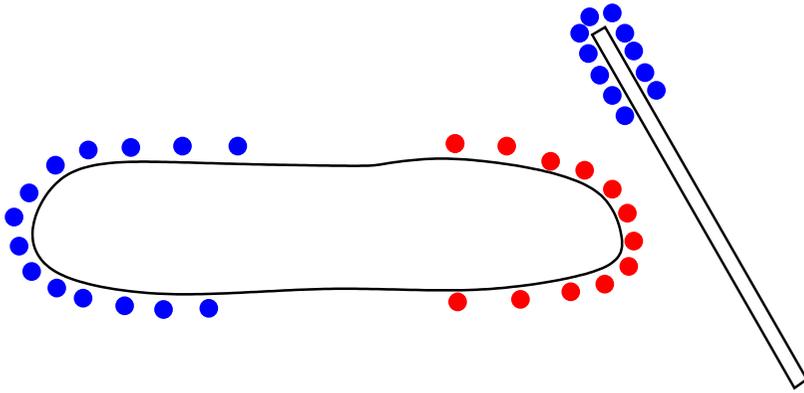


Gleiche Ladungen wandern auf einem Leiter möglichst weit nach außen, weil sie sich ja abstoßen (Faradayscher Käfig!).
Ladungen befinden sich gerne an Spitzen - je kleiner der Krümmungsradius, desto höher die Ladungsdichte.



Natürlich muss zur Bestimmung der Ruhelage ein Kräftegleichgewicht herrschen, ferner müssen alle Kräfte von allen Ladungen berücksichtigt werden. Diese habe ich hier der Übersicht halber aber nicht eingezeichnet. . .

Influenz



Die Ladungsverteilung auf einem Leiter kann auch beeinflusst werden, ohne diesen zu berühren. Nähert sich ein positiv geladener Gegenstand einem Leiter, so fließen die negativen Ladungen im Leiter zu ihm hin weil sie angezogen werden. Die positiven Ladungen im Leiter versuchen sich möglichst

weit weg vom Gegenstand zu bewegen.

Elektrische Ladung kann auch gemessen werden, ohne sie zu übertragen. Nähern wir uns mit einem geriebenen Hartgummistab einem Elektroskop, so zeigt es eine Ladung an, ohne dass wir es berühren. Dies kann technisch ausgenutzt werden als Influenzmaschine, womit sehr hohe Spannungen (ca. 100 kV) erzeugt werden können. Bandgeneratoren (Van-de-Graaff-Generator) transportieren Ladung in eine leitende Hohlkugel, wo sie auf diese überspringt (Faradayscher Käfig).

Van-de-Graaff Generator

Dieser Ladungstransport wird im **Van-de-Graaff Generator** genutzt. Über scharfe Spitzen werden Ladungen auf ein isolierendes Band aufgesprüht. Beim Umlaufen des Bandes werden die Ladungen von dem Band in das Innere einer leitenden Kugel transportiert. Dort werden sie von einem Leiterkamm, der mit der Innenwand der Kugel elektrisch verbunden ist, abgenommen. Auf Grund der Influenz werden die Ladungen auf die Außenfläche der Kugel transportiert, das Kugelinne (Faradayscher Käfig) bleibt feldfrei. Mit einem Van-de-Graaff Generator kann Spannung von über 100 kV erzeugt werden, die erreichbare Spannung ist nur durch Überschläge begrenzt (z. B. feuchte Luft).

Ladungsträger

Aus heutiger Sicht sind die wichtigsten negativen Ladungsträger **Elektronen** oder negative Ionen (Atome oder Moleküle mit einem Überschuss an Elektronen). Die wichtigsten positiven Ladungsträger sind Protonen oder Atomkerne bzw. positive Ionen (Atome oder Moleküle mit fehlenden Elektronen). Heute wissen wir, dass es auch andere Ladungsträger gibt, insbesondere mehr oder weniger kurzlebige Elementarteilchen wie Müonen (μ^+ und μ^-), Pionen (π^+ und π^- , aber nicht das π^0), das Positron e^+ und das Antiproton p^- .

Diese Ladungen sind die kleinsten in der freien Wildbahn vorkommenden, daher der Name **Elementarladung**. Quarks kommen in “unserer Welt” nicht als Einzelteilchen vor.

Auftretende Kräfte

Ladungen lassen sich transferieren und damit addieren. Doppelte Ladung \Rightarrow doppelte Kraft. Die auf eine Ladung wirkende Kraft ist invers proportional zum Abstand im Quadrat,

$$\vec{F} = f \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = f \frac{Q_1 Q_2}{r^3} \vec{r},$$

$f > 0$ ist eine Proportionalitätskonstante.

Die Kraft wird, wie wir gelernt haben, in Newton, N, gemessen, r in Metern, m. Damit können nur noch Einheiten von Q und f festgelegt werden. Und hier wird die Welt kompliziert: Historisch haben sich zwei Wahlen der Einheiten durchgesetzt und in Form von Einheitssystemen etabliert: Das SI-System und das cgs-System. Wir werden in dieser Vorlesung nur das SI-System verwenden.

Das SI-System

Im SI-System wird die Ladung Q über die Stromstärke I definiert¹ als die Ladungsmenge Q , die pro Sekunde durch einen Stromleiter transportiert wird. Der Strom I wird in Ampere (A) gemessen. Damit

$$[Q] = 1\text{Coulomb} = 1 \text{ C} = 1\text{As}.$$

Ein Elektron hat die Ladung $-e = 1,60217733(49) \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Die Kraft zwischen zwei Ladungen von 10^{-4}C im Abstand von 1m beträgt

$$F = f \frac{10^{-8}\text{C}^2}{\text{m}^2} = 89,875 \text{ N}.$$

Damit muss also f den Betrag $f = 8,9875 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ haben. f wird, aus

¹Der Strom wird später definiert.

Gründen, auf die wir hier nicht eingehen können, komplizierter geschrieben als

$$f = \frac{1}{4\pi\epsilon_0},$$

wo ϵ_0 die sogenannte **Dielektrizitätskonstante** für das Vakuum ist,

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{A}^2 \text{s}^4 \text{kg}^{-1} \text{m}^{-3}.$$

Die Einheit von ϵ_0 kann einfacher geschrieben werden als $[\epsilon_0] = \text{As/Vm}$. Also

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^3} \vec{r}.$$

Vergleich elektrostatische Kräfte - Gravitation

Übung: Wie nahe könnten Sie im Hörsaal nebeneinander sitzen, wenn Sie alle ein Promille überschüssige Elektronen hätten?

Tipp: Haftreibungskoeffizient Stoff-Bank sei 0,5.

Lösung: Damit Sie sich nicht wegbewegen, muss die Reibungskraft gerade die elektrostatische Abstoßung kompensieren, also

$$\mu \cdot F_N = \frac{1}{2}mg = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1q_2}{r^2}.$$

Nun müssen wir die Anzahl Elektronen abschätzen. Dazu nehmen wir an, wir würden nur aus Wasser bestehen ($m_{\text{mol}} = 18 \text{ g / Mol}$). H_2O hat insgesamt $n_e = 10$ Elektronen und so erhalten wir mit $f = 10^{-3}$ (ein Promille überschüssige

Elektronen)

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}mg &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{f \cdot (m/m_{\text{mol}}) \cdot n_e N_A e}{r} \right)^2, \\ r^2 &= \frac{m}{2\pi\epsilon_0 g} \left(\frac{f n_e N_A e}{m_{\text{mol}}} \right)^2, \\ r &= \sqrt{\frac{m}{2\pi\epsilon_0 g}} \left(\frac{f n_e N_A e}{m_{\text{mol}}} \right) \approx 36'000'000\text{km},\end{aligned}$$

das entspricht fast hundert Mal dem Abstand Erde-Mond. . .

Das elektrische Feld

Analog zum Gravitationsfeld können wir ein elektrisches Feld \vec{E} einführen:

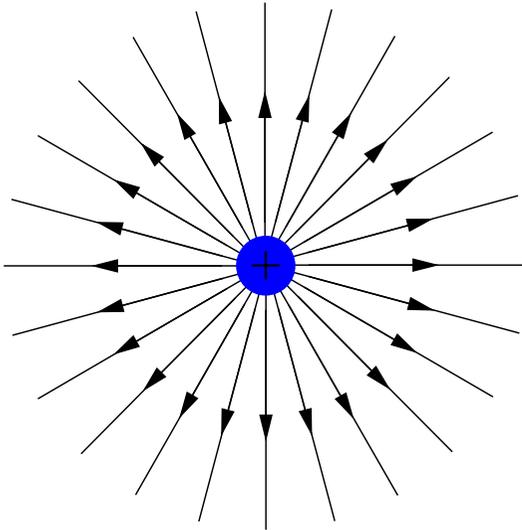
$$\vec{F} = q\vec{E} \quad (\vec{F} = m\vec{g}),$$

die Einheit des elektrischen Feldes $[E]$ muss also Newton pro Coulomb lauten, oder mit den Basis-SI-Einheiten

$$\text{N/C} = \text{kg m s}^{-3} \text{ A}^{-1} = \text{V/m},$$

in Worten, Volt pro Meter. Das elektrische Feld der Erde beträgt ca. 100 V/m.

Das Feld einer Punktladung



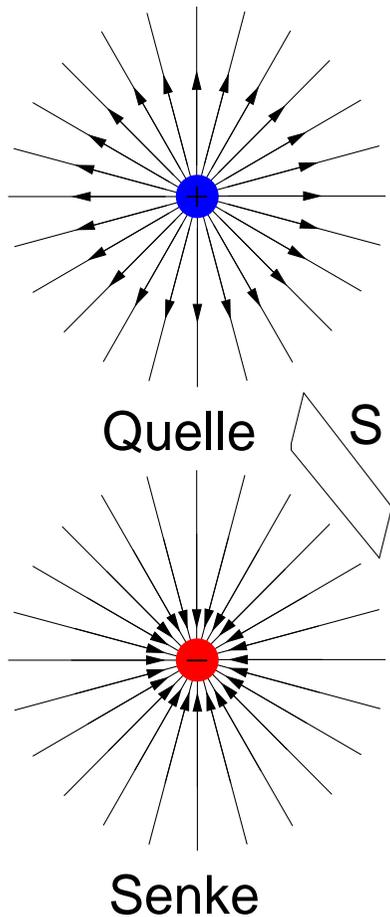
Das elektrische Feld einer Punktladung ist denkbar einfach. Es ergibt sich direkt aus dem Ausdruck für die Kraft zwischen zwei Ladungen, denn $\vec{F} = q\vec{E}$.

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \begin{pmatrix} \vec{r} \\ - \\ r \end{pmatrix} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}.$$

Das Feld von mehr als einer Punktladung lässt sich durch Superposition bestimmen (Vektoraddition). Das Feld einer Punktladung ist ein Vektorfeld, jedem Punkt im Raum ist also ein Vektor zugeordnet. Die Felder mehrerer Ladungen addieren sich vektoriell.

Übung/Beispiel: Bestimmen Sie graphisch das Feld von zwei Punktladungen.

Ladungen als Quelle und Senken des elektrischen Feldes



Positive Ladungen wirken als Quelle, negative Ladungen als Senken für das elektrische Feld. Feldlinien zeigen vom positiven Pol weg und hin zum negativen Pol. Ordnen wir jeder Feldlinie ein röhrenförmiges Volumen darumherum zu, dessen Querschnitt abhängig vom Abstand zur Quelle ist, so definiert das darin enthaltene elektrische Feld den **elektrischen Feldfluss**. Man kann sich diesen auch vorstellen indem man die Feldlinien zählt, die durch eine bestimmte Fläche S gehen. Je mehr Feldlinien pro Einheitsfläche, desto größer der Feldfluss. Weil die Anzahl Feldlinien proportional zur Ladung ist, ist der Fluss auf proportional zur Ladung, die durch eine Fläche eingeschlossen wird.

Das elektrische Potential, die Spannung I

Frage: Könnte nicht eine Feldlinie in sich geschlossen sein?

Antwort: Nein, im elektrostatischen Fall ist dies nicht möglich.

Falls dem so wäre, könnte eine Ladung auf eine solche Linie gesetzt werden. In einem Umlauf würde sie die Energie

$$W = q \cdot \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}, \quad \text{Kraft mal Weg} \dots$$

gewinnen. Dies könnte sich beliebig oft wiederholen, wodurch sich laufend Energie gewinnen ließe. Dies widerspricht leider (?) unserer Erfahrung. Wir stellen also fest, dass, zumindest im elektrostatischen Fall, gilt

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0.$$

Das elektrische Potential, die Spannung II

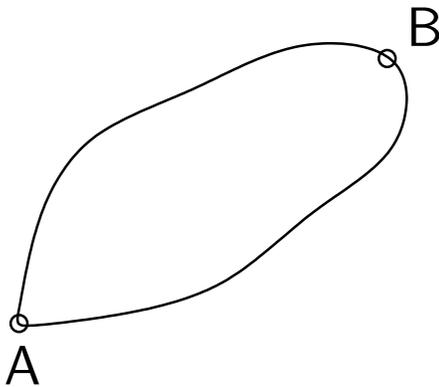
Die Arbeit, die man aufwenden muss, um eine Ladung q durch ein elektrostatisches Feld von einem Punkt A zu einem Punkt B zu bewegen, ist

$$W = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s},$$

in differentieller Form

$$dW = q\vec{E} \cdot d\vec{s}.$$

Die Arbeit ist unabhängig vom gewählten Weg,



$$0 = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \left(\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} \right)_{\text{Weg 1}} + \left(\int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{s} \right)_{\text{Weg 2}},$$

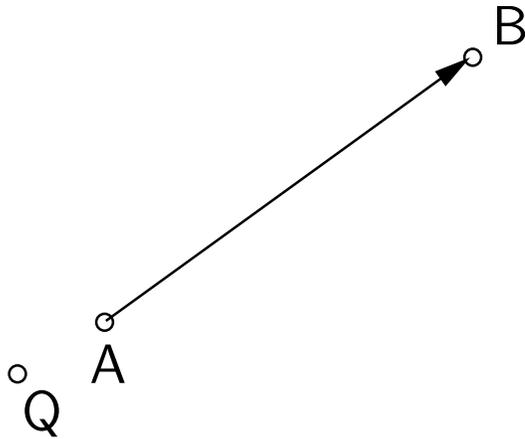
$$\text{bzw. } \left(\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} \right)_{\text{Weg 1}} = \left(\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} \right)_{\text{Weg 2}} .$$

Die Arbeit ist positiv, wenn Arbeit verrichtet wird, sie ist gleich der gewonnenen potentiellen Energie der Ladung im elektrostatischen Feld. Wir dividieren die Arbeit durch die Ladung q und erhalten eine Größe, die nur noch vom elektrischen Feld \vec{E} und vom Anfangs- und Endpunkt des Weges abhängig ist, die **Potentialdifferenz** $\varphi_B - \varphi_A$, die auch **Spannung** U genannt wird:

$$U = W/q = \varphi_B - \varphi_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}.$$

Die Einheit der Spannung ist das **Volt (V)**. $[U] = [E/q] = \text{J/C} = \text{kg m}^2 \text{A}^{-1} \text{s}^{-3} = \text{V}$.

Beispiel: Potential einer Punktladung



Als Beispiel bestimmen wir die Arbeit, die erforderlich ist, um eine Probeladung q im Feld einer Punktladung Q von A nach B zu transportieren. Der Einfachheit halber seien A und B radial um Q . Wir führen die beiden Abstände $r_A = \overline{QA}$ und $r_B = \overline{QB}$ von A und B zu Q ein.

Die Arbeit ist ja unabhängig vom Weg, also können wir sie entlang dem einfachst möglichen Weg bestimmen, einer Geraden von A nach B .

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}.$$

Nun ist ja $d\vec{s}$ parallel zu \vec{E} und folglich können wir die Vektorpfeile weglassen.

$$W = q \int_{r_A}^{r_B} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} r^{-2} = -\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right].$$

Wer genau hingeschaut hat, hat gemerkt, dass der Ausdruck bis auf andere Symbole genau derselbe ist, wie für die potentielle Energie im Gravitationsfeld, wo wir gefunden hatten:

$$W = -GmM \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right].$$

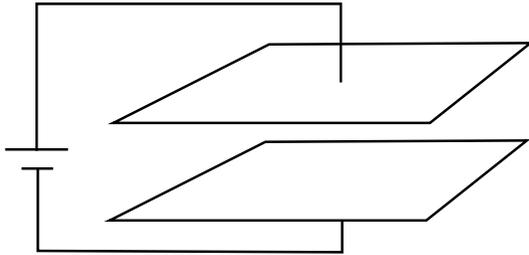
Trotzdem gibt es einen wichtigen Unterschied - das Vorzeichen der Arbeit. Im Gravitationspotential zählt Energie positiv, wenn eine Masse von unendlich weit weg in das Gravitationspotential hineinfällt. In der Elektrostatik kommt es auf die Vorzeichen der beiden Ladungen an!

Äquipotentialflächen

Mathematisch: Die Menge aller Punkte, die dasselbe Potential aufweisen, heißen Äquipotentialflächen. Das sind also alle Flächen, auf denen das Potential gleich bleibt. Um eine Punktladung herum sind das Kugelschalen. Äquipotentialflächen können wir uns auch wie Höhenlinien auf der Landkarte vorstellen (jedenfalls in Geländen, die diese Erfindung erfordern...), diese markieren die Höhe über Meer, Äquipotentiallinien die Arbeit, die es braucht oder die frei wird, um ins Unendliche zu kommen.

Feldlinien \vec{E} stehen senkrecht auf Äquipotentialflächen.

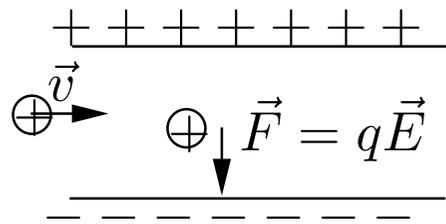
Das Potential im Plattenkondensator



Mit den vorigen Überlegungen lässt sich das Potential in einem Plattenkondensator leicht finden, und das elektrische Feld folgt dann daraus. Im Inneren des Plattenkondensators muss ein homogenes Feld herrschen, **denn die beiden leitenden Platten sind Äquipotentialflächen**. Wären sie es nicht, würde eine Kraft auf die

Ladungsträger wirken und diese würden sich im Leiter so lange bewegen, bis diese Kraft entlang der Oberfläche kompensiert ist. Alle Äquipotentialflächen im Plattenkondensator verlaufen also parallel zu den beiden Platten. Dies bedeutet, dass von einer Platte zur anderen überall gleich viel Energie frei würde, wenn eine Ladung auf die andere Platte gebracht würde. Im Inneren des Plattenkondensators (große Ausdehnung der Platten im Vergleich zu ihrem Abstand) würden die Ladungen auf dem kürzesten Weg zur gegenüberliegenden Platte sausen, also in einem rechten Winkel zur Platte wegfliegen, weil die Feldlinien senkrecht zu den

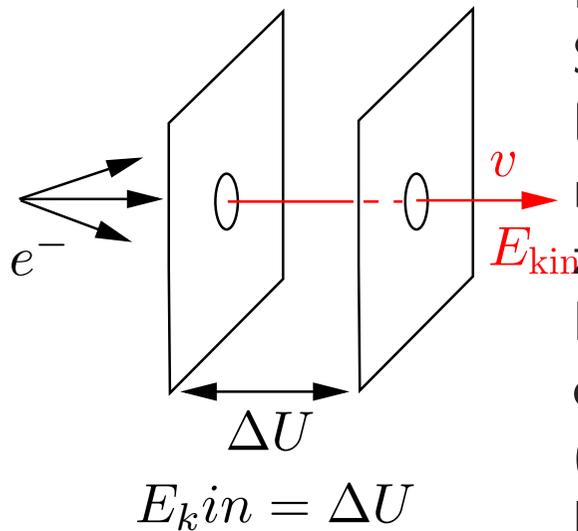
Äquipotentialflächen stehen.



Werden Ladungsträger von außen, parallel zu den Äquipotentialflächen, in den Kondensator eingebracht, so verändert sich ihre Geschwindigkeit parallel zu den Äquipotentialflächen nicht (senkrecht zu den Feldlinien), wohl aber senkrecht dazu (parallel zu den Feldlinien). Schiefer Wurf!

Gekreuzte Plattenkondensatoren wurden in alten Fernschröhren oder Computerbildschirmen zur Ablenkung von Elektronen verwendet. Durch zeilenweises Abrastern der Bildschirmfläche konnte das Bild rasch (60Hz) erneuert werden.

Die Brownsche Röhre



Evakuierte Röhren mit einem phosphoreszierenden Schirm und solchen Ablenkplatten werden **Brownsche Röhren** genannt und hatten einen weiten Einsatzbereich. Um die Elektronen in einer Brownschen Röhre zu beschleunigen, wurde die Anordnung links eingesetzt.

Die Elektronen treten durch ein Blendenloch links in einen Plattenkondensat ein, an dem eine Spannung (Potentialdifferenz) angebracht ist, die die Elektronen beschleunigt. Dabei gewinnt es, korrekte Polung vorausgesetzt, die kinetische Energie $E_{kin} = \Delta U$.

Es ist oft zweckmäßig, für die kinetische Energie eine wesentlich kleinere Energieeinheit, das **Elektronvolt eV**, einzuführen. Dies ist die Energiemenge, die ein Elektron gewinnt, wenn es die

Spannung von 1 V durchläuft, also

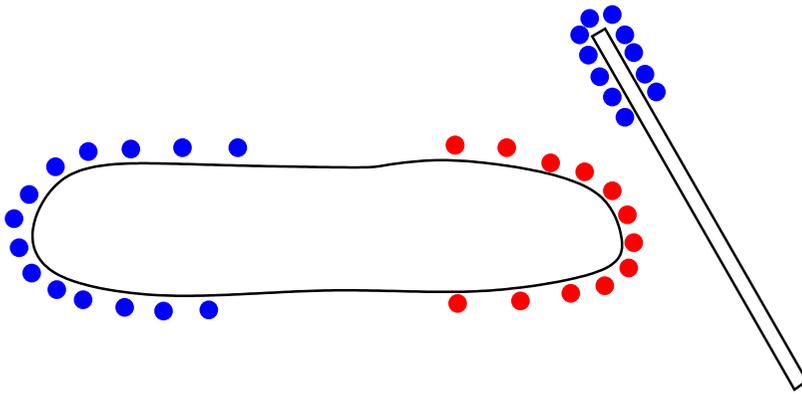
$$1\text{eV} = 1.602 \cdot 10^{-19}\text{C} \cdot 1\text{V} = 1.602 \cdot 10^{-19}\text{J}.$$

Übung: Geschwindigkeit von Elektronen: Berechnen Sie die Geschwindigkeit eines Elektrons mit einer kinetischen Energie von 1 eV, 1 keV, 10 keV und 1 MeV. Achtung, $v < c$ muss immer gelten!

Lösung: Bei kinetischen Energien, die wesentlich kleiner sind als die **Ruheenergie** des Elektrons ($E_0 \sim 511\text{keV}$) kann nicht-relativistisch gerechnet werden: $E_{\text{kin}} = \frac{m}{2}v^2$, also mit $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg erhalten wir $v_{1\text{eV}} = 593$ km/s, $v_{1\text{keV}} = 18755$ km/s, $v_{10\text{keV}} = 59308$ km/s. Relativistisch korrekt² gerechnet erhalten wir $v_{1\text{eV}} = 593$ km/s, $v_{1\text{keV}} = 18727$ km/s, $v_{10\text{keV}} = 58454$ km/s und $v_{1\text{MeV}} = 282127$ km/s. Voilà - Ihre erste Anwendung der spez. Relativitätstheorie!

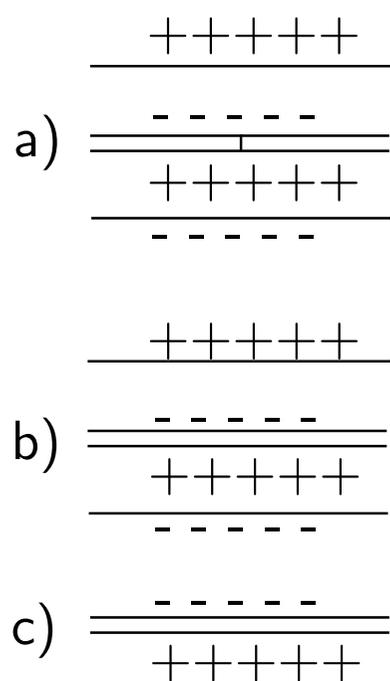
$$^2 \quad v^2/c^2 = 1 - (m_e c^2 / (E_{\text{kin}} + m_e c^2))^2$$

Leiter im elektrischen Feld - Influenz II



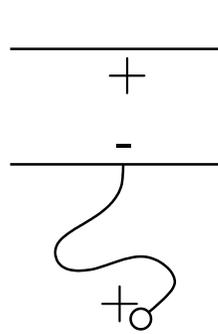
Leiters ist deshalb feldfrei, die Ladungen sitzen auf der Oberfläche des Leiters.

Auf die frei beweglichen Ladungen eines Leiters im elektrischen Feld wirkt die Kraft $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$. Diese Kraft verschiebt die Ladungen, bis sich durch die Ladungsverteilung ein Gegenfeld aufgebaut hat, das das äußere Feld kompensiert. Diese Ladungsverschiebung wird **Influenz** genannt. Das Innere des



Im elektrischen Feld eines Plattenkondensators verschieben sich die Ladungen auf zwei sich berührenden Metallplatten zu den entgegengesetzten Oberflächen (a). Nach der Trennung der Metallplatten im Kondensator trägt eine Platte die Ladung Q , während die andere die Ladung $-Q$ trägt (b). Diese Situation bleibt auch bestehen, nachdem man die Platten aus dem Kondensator entfernt hat (c).

Kondensatoren und Kapazität

 Eine Anordnung von zwei entgegengesetzt geladenen Leiterflächen wird **Kondensator** genannt. Eine Ladung Q , die auf eine der Flächen aufgebracht wird, erzeugt durch Influenz Ladungstrennung auf der anderen, ungeladenen Fläche. Auf der der ersten Fläche zugewandten Seite erscheint eine Ladung $-Q$, auf der entgegengesetzten Seite $+Q$. Wird die zweite Fläche geerdet, so fließt die äußere Ladung von der zweiten Fläche ab und behält damit die Ladung $-Q$ auf ihrer Innenseite.

Das elektrische Feld zwischen den Leiterflächen ist proportional zur Ladung Q auf den Leitern. Da für das Potential gilt $U = \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$, ist auch die Spannung zwischen den Leiterplatten proportional zur Ladung Q . Es gilt:

$$Q = C \cdot U,$$

wobei die Konstante C auch die **Kapazität** des Kondensators genannt wird.

Die Einheit der Kapazität ist

$$[C] = 1 \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}} = 1 \text{ Farad} = 1 \text{ F.}$$

1 Farad ist eine sehr große Kapazität, deshalb werden Untereinheiten benutzt:

$$\begin{aligned} 1 \text{ Pikofarad} &= 1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F} \\ 1 \text{ Nanofarad} &= 1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F} \\ 1 \text{ Microfarad} &= 1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F} \end{aligned}$$

Plattenkondensator

Ein Plattenkondensator besteht aus zwei gegenüberstehenden leitenden Platten. Der Abstand zwischen den beiden Platten sei d , die Ladung auf den Platten sei $+Q$ bzw $-Q$. Die Spannung zwischen den beiden Platten beträgt $U = \phi_1 - \phi_2$. Das elektrische Feld ist proportional zur Flächenladungsdichte σ , bzw. zur Spannung U zwischen den Platten und invers proportional zu deren Abstand d

$$E = \frac{U}{d} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{A\varepsilon_0} = \frac{C \cdot U}{A\varepsilon_0}.$$

Die Kapazität des Plattenkondensators beträgt damit:

$$C = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}.$$

Die Energie des elektrischen Feldes I

Beim Aufladen einer leitenden Kugel mit Radius a durch kleine Ladungsportionen dQ wird für den Transport der Ladungen die Arbeit dW aufgewendet:

$$dW = dQ \cdot (\phi_a - \phi_\infty) = dQ \cdot \phi_a.$$

Das Potential der Kugel mit der Ladung Q ist

$$\phi_a = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \cdot a}.$$

Für die Aufladung der Kugel bis zur Ladung Q wird daher die Arbeit W benötigt:

$$W = \int \phi dQ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \cdot a} \int Q \cdot dQ = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 \cdot a} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}.$$

Der Energiegehalt einer auf die Spannung U aufgeladenen Kugel ist daher:

$$W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C \cdot U^2.$$

Dieses Ergebnis gilt allgemein für **beliebige** Kondensatoren mit der Kapazität C , die auf die Spannung U aufgeladen wurden.

Die Energie des elektrischen Feldes II

Bei einem ebenen Plattenkondensator mit der Fläche A ist $C = \epsilon_0 \cdot A/d$ und $U = E \cdot d$, so dass für die Energie gilt:

$$W = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \cdot a \cdot d = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \cdot V.$$

Die **Energiedichte** des elektrischen Feldes im Kondensator ist dann

$$w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2.$$

Dielektrika im elektrischen Feld

Durch Einbringen eines Isolators (Dielektrikum) in einen Kondensator sinkt die Spannung des Kondensators um einen Faktor ϵ . Da die Ladung erhalten bleibt, wird also die Kapazität um den Faktor ϵ größer. Die Kapazität eines Kondensators mit Dielektrikum ist also:

$$C_{\text{Diel}} = \epsilon \cdot C_{\text{Vak}} = \epsilon \cdot \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad \text{mit} \quad \epsilon > 1.$$

Die dimensionslose Zahl ϵ heißt **relative Dielektrizitätskonstante** oder **Dielektrizitätszahl** des Isolators.

Dielektrische Polarisation I

Die Verminderung des elektrischen Feldes wird durch die Verschiebung von Ladungen im Dielektrikum bewirkt, wie bei der Influenz. Die Ladungen eines Isolators können jedoch nicht bis an den Rand des Isolators verschoben werden, sondern nur innerhalb eines Atoms bzw. Moleküls. Die Ladungsschwerpunkte der Elektronenhüllen fallen nun nicht mehr mit dem Ladungsschwerpunkt des Atomkerns zusammen, so dass die Atome nun elektrische Dipole sind. Diese durch ein äußeres elektrisches Feld erzeugten Dipole werden auch **induzierte Dipole** genannt, der Vorgang der Dipolbildung heißt **Polarisierung**. Bei einer Verschiebung d der Ladungsschwerpunkte gegeneinander ist das induzierte Dipolmoment jedes Atoms

$$\vec{p} = q \cdot \vec{d}.$$

Dielektrische Polarisation II

Die Vektorsumme der Dipolmomente aller N Atome pro Volumeneinheit heißt die **Polarisation**

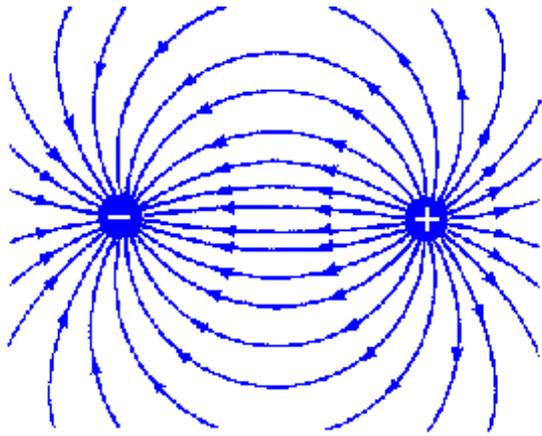
$$\vec{P} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{p}_i.$$

Ohne andere Wechselwirkungen richten sich alle Dipole parallel zur Feldrichtung \vec{E} aus, so dass

$$P = N \cdot q \cdot d.$$

Die Ladungsschwerpunkte werden so weit verschoben, bis die rücktreibenden Anziehungskräfte der verschobenen Ladungen die äußere Kraft $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ kompensieren.

Der elektrische Dipol



Ein elektrischer Dipol besteht aus zwei entgegengesetzt gleichen Ladungen $Q_1 = Q = -Q_2$ im Abstand l . Sein **Dipolmoment** $\vec{p} = Q \cdot \vec{l}$ zeigt definitionsgemäß von der negativen zur positiven Ladung.

Feldstärke und Potential in einem beliebigen Punkt $P(\vec{R})$ erhält man durch die Überlagerung der Felder der beiden Punktladungen. Man kann das Feld eines Dipols in einem Experiment auch sichtbar machen.

Der elektrische Dipol II

In einem äußeren elektrischen Feld hat ein elektrischer Dipol die potentielle Energie

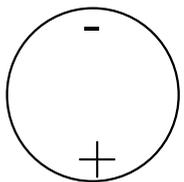
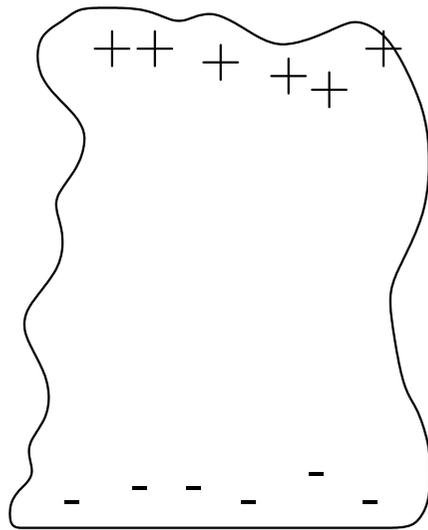
$$W_{pot} = Q\phi_1 - Q\phi_2 = Q(\phi_1 - \phi_2),$$

die zu Null wird, wenn die beiden Ladungen $+Q$ und $-Q$ auf einer Äquipotentialfläche liegen, der Dipol also senkrecht zu \vec{E} steht.

Bei beliebiger Lage des Dipols bewirkt ein homogenes elektrisches Feld die Kräfte $\vec{F}_1 = Q \cdot \vec{E}$ und $\vec{F}_2 = -Q \cdot \vec{E}$ auf die beiden Ladungen, die wiederum ein Drehmoment mit dem Betrag $D = 2Q\frac{l}{2} \sin \alpha$ bewirken, das senkrecht auf \vec{l} und \vec{E} steht:

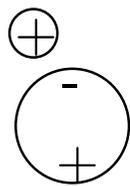
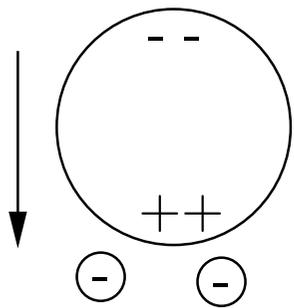
$$\vec{D} = \vec{p} \times \vec{E}.$$

Die Entstehung von Gewittern



Gewitter entstehen, wenn durch das Zusammentreffen warmer und kalter Luftmassen starke vertikale Stömungen entstehen, die elektrisch geladene Staub- und Eispartikel sowie Wassertröpfchen transportieren und damit örtliche Ladungsunterschiede aufbauen, welche zu sehr großen elektrischen Feldern führen. Vertikale Strömungen feuchter Luft zwischen Regionen mit großen Temperaturunterschieden führen zur Kondensation der Wassermoleküle beim Transport von wärmeren zu kälteren Gebieten bzw. zur Verdampfung von Wassertröpfchen beim Transport in wärmere Regionen. Dabei entstehen große Cumuluswolken. Die oberen Schichten der Wolken haben eine positive, die unteren eine negative Überschussladung, weil die

Wassertröpfchen im elektrischen Feld der Erde ein induziertes Dipolmoment erhalten, dessen positive Ladung nach unten zeigt.



Größere Tröpfchen fallen auf Grund ihres Gewichts nach unten, dabei lagern sich überwiegend negative Ionen an der in Fallrichtung positiven Seite an. Kleinere Tröpfchen werden von der Luftströmung nach oben befördert und laden sich dabei nach demselben Prinzip

positiv auf. Bei genügend großen Feldstärken zwischen oberem und unterem Teil der Wolke, oder zwischen Wolke und Erdoberfläche, entsteht ein elektrischer Durchschlag (Blitz), der zu einem Ladungsausgleich führt. Dabei wird im Mittel eine Ladung von 10 C innerhalb von 10^{-4} s transportiert, was einem Strom von 10^5 A entspricht.

Elektrostatische Kopierer und Drucker

Der elektrostatische Kopierer (Xerox) basiert auf einer Kombination von photoelektrischen Eigenschaften bestimmter Stoffe mit der elektrostatischen Abscheidung von Farbstaub auf geladenen Flächen. Ein mit Selen beschichteter Zylinder wird (im Dunkeln) elektrostatisch aufgeladen. Das zu kopierende Bild wird optisch auf die Zylinderfläche abgebildet, durch die Belichtung wird ein Teil der Ladung auf dem Zylinder entfernt (Photoeffekt), dabei ist die Anzahl der emittierten Elektronen proportional zur auftreffenden Lichtintensität. An den dunklen Stellen befindet sich jetzt also mehr Obeflächenladung als an den hellen Stellen. Entgegengesetzt aufgeladener Staub wird auf die Trommel beschleunigt und setzt sich an den aufgeladenen Stellen ab. Ein aufgeladenes Blatt Papier wird dann auf die sich drehende Trommel gepresst und nimmt den geladenen Farbstaub von der Trommel ab. In einer Heizkammer schmilzt der Farbstaub und brennt sich dauerhaft in das Papier ein.