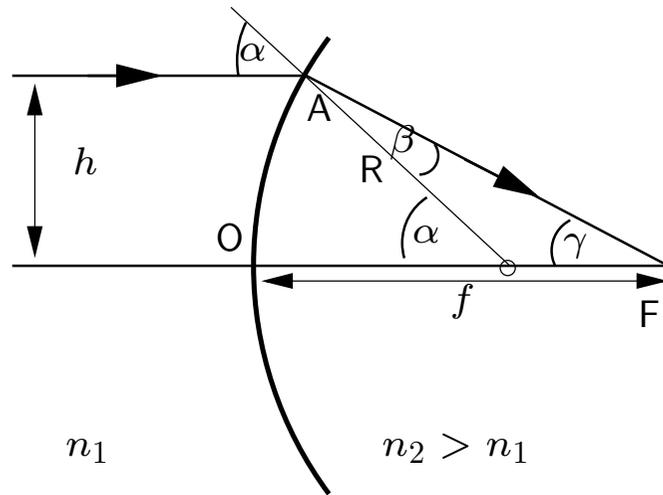


Linsen



Beim Übergang in ein optisch dichteres Medium, wie z. B. eine Linse, wird ein Lichtstrahl am Punkt A zum Lot hin gebrochen und trifft schließlich auf den Brennpunkt F. Für paraxiale Strahlen ($h \ll R$) gilt mit den nebenstehenden Definitionen und $\gamma = \alpha - \beta$

$$OA = R \cdot \alpha \approx f \cdot \gamma = f \cdot (\alpha - \beta) \implies f = \frac{\alpha}{\alpha - \beta} \cdot R.$$

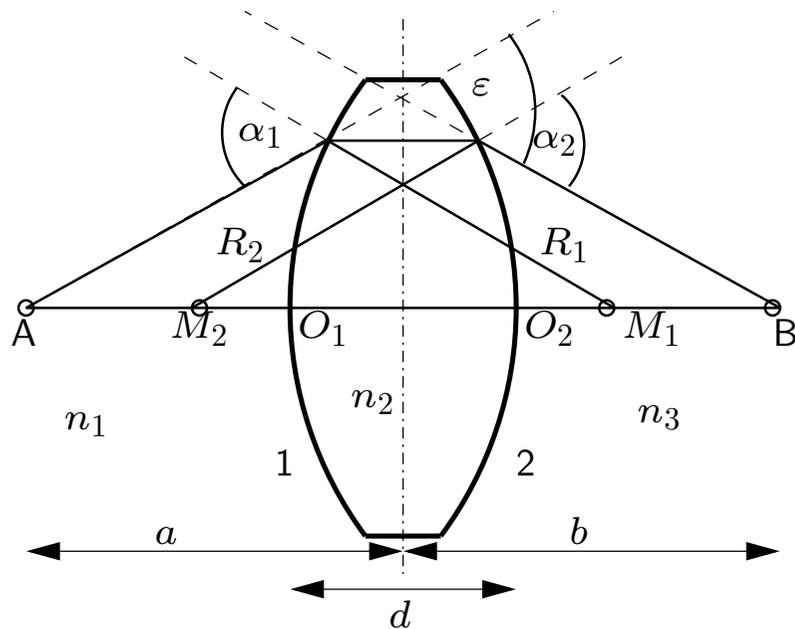
Mit dem Brechungsgesetz von Snellius und für kleine Winkel ($\sin \alpha \approx \alpha$) haben wir

$$n_1 \cdot \alpha \approx n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \approx n_2 \beta \implies \alpha \approx \frac{n_2}{n_1} \beta,$$

und damit $f_2 = \left(\frac{n_2}{n_2 - n_1} \right) R$, wo der Index 2 andeutet, dass F im Medium 2 liegt.

Die Reihenfolge der Medien (von dünn in dicht oder umgekehrt) ist an sich irrelevant, weshalb umgekehrt für den Übergang von dicht auf dünn gelten muss

$$f_1 = \left(\frac{n_1}{n_1 - n_2} \right) \cdot R.$$

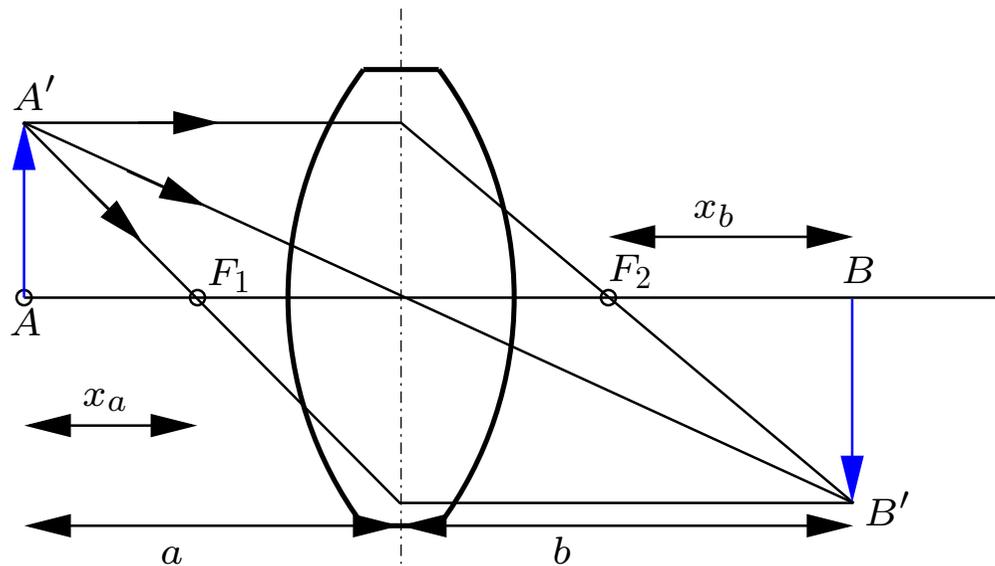


Linsen, bei denen der größte Abstand zwischen den Oberflächen $d = \overline{O_1O_2}$ sehr klein ist gegenüber den Brennweiten, nennen wir **dünne Linsen**. Ihre Abbildung kann als eine Folge von Abbildungen von Luft in die Linse (Übergang von n_1 in n_2) und von der Linse in die Luft (Übergang von n_2 in $n_3 = n_1$) aufgefasst werden. Nach einer länglichen Rechnung erhält man mit

$$f = \frac{1}{n - 1} \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1} \right)$$

die endgültige Form der **Linsengleichung**: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$.

Der Abbildungsmaßstab



Der Abbildungsmaßstab M ist wieder durch den Strahlensatz gegeben:

$$M = \frac{BB'}{AA'} = -\frac{b}{a} = \frac{f}{f-a}.$$

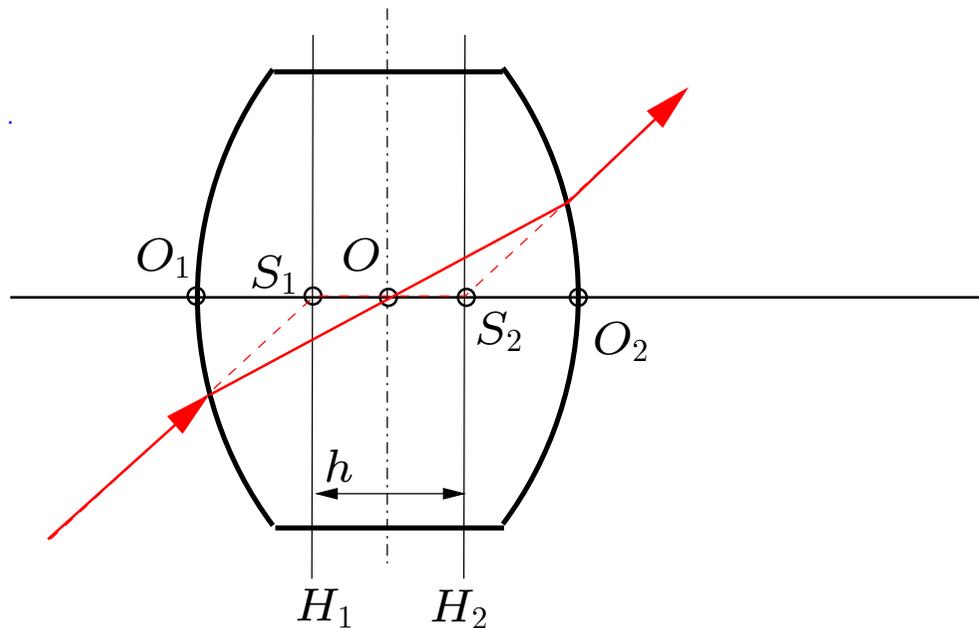
Der letzte Schritt folgt durch Multiplikation der Linsengleichung mit a .

Verwendet man statt f und a und

b die Größen $x_a = a - f$ und $x_b = b - f$, so ergibt sich die **Newtonsche Abbildungsgleichung**

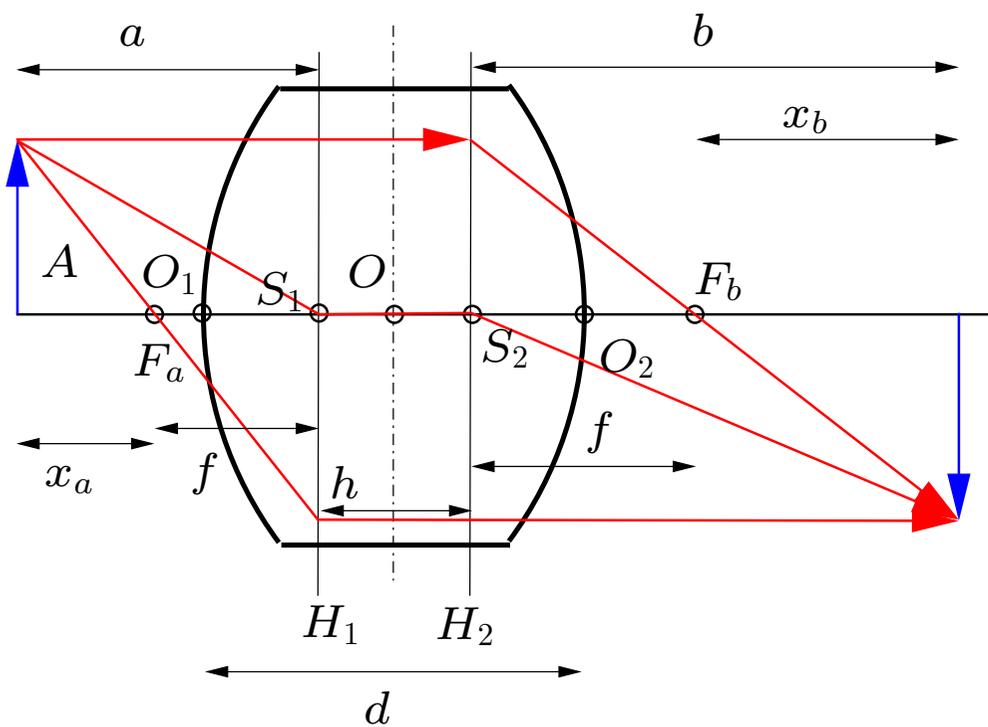
$$x_a \cdot x_b = f^2.$$

Dicke Linsen



Bei dicken Linsen (Abb. links) können wir die Brechung an den beiden Grenzflächen nicht mehr, wie bei dünnen Linsen, durch eine entsprechende Brechung an der Mittelebene ersetzen. Die Parallelverschiebung bei dicken Linsen wird so groß, dass sie nicht vernachlässigt werden darf. Allerdings können wir einen solchen Strahl durch die links abgebildete gestrichelte Vereinfachung ersetzen. Der Strahl wird bis zu den **Hauptebenen** H_1 und H_2 geführt.

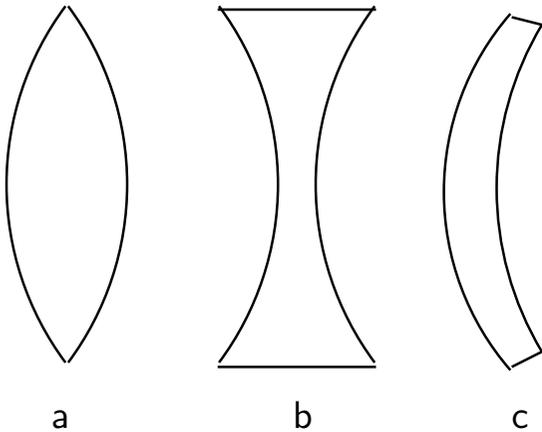
Bei dicken Linsen (Abb. links) können wir die Brechung an den beiden Grenzflächen nicht mehr, wie bei dünnen Linsen, durch eine entsprechende Brechung an der Mittelebene ersetzen. Die Parallelverschiebung bei dicken Linsen wird so groß, dass sie nicht vernachlässigt werden darf. Allerdings können wir einen solchen Strahl durch die links abgebildete gestrichelte Vereinfachung ersetzen. Der Strahl wird bis zu den **Hauptebenen** H_1 und H_2 geführt.



Die Konstruktion eines Bildes geschieht nun völlig analog zum Hohlspiegel und zur dünnen Linse, nur werden die Strahlen immer an den Hauptebenen umgelenkt. Mit den wie links definierten Abständen gilt die gewöhnliche Linsenformel wie auch die Newtonsche Abbildungsgleichung:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}, \quad \text{bzw.} \quad x_a \cdot x_b = f^2.$$

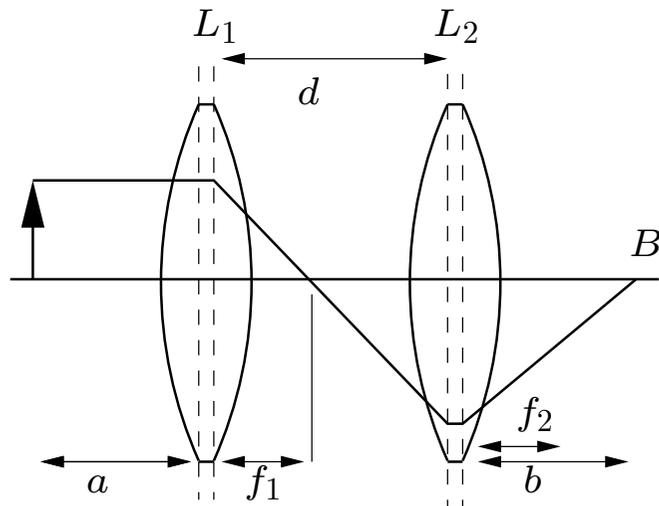
Sammel- und Streulinsen



Linsen können auch durchaus verschiedene Formen haben, je nachdem, was sie für eine Funktion erfüllen. Sammellinsen (a) sind konvex, Streulinsen sind konkav, ferner gibt es auch konvex-konkave Kombinationen (c).

Übung: Eine Sammellinse und eine Streulinse haben je Krümmungsradien von 40 cm und mögen aus Glas mit $n = 1,65$ bestehen. Berechnen Sie für beide Linsen ihre Brennweiten. [$f = \pm 31$ cm]

Linsensysteme



Die meisten optischen Apparate vereinigen mehrere Linsen zu einem Linsensystem, ein Zoom-Objektiv einer Kamera weist mindestens drei Linsen auf. Um solche Systeme verstehen zu können, besprechen wir vorerst die Kombination von zwei Linsen L_1 und L_2 . Der achsenparallele Strahl bildet den Gegenstand auf den Brennpunkt von L_1 ab. Das dort entstehende Zwischenbild erscheint L_2 als Gegenstand in Gegenstandsweite $a_2 = d - f_1$ und wird in die Bildweite b abgebildet:

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_2} \implies \frac{1}{d - f_1} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_2} \implies b = \frac{(d - f_1)f_2}{d - f_1 - f_2}.$$

Will man eine Linsengleichung für das Gesamtsystem finden, so muss man die Brennweite des Systems ansetzen als

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}.$$

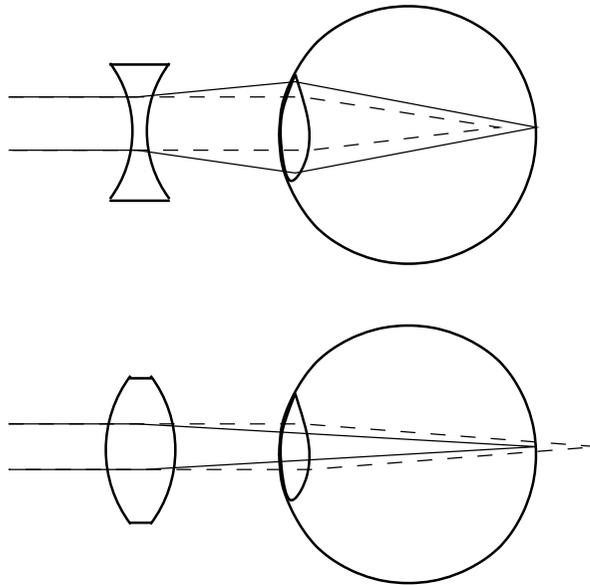
Für kleine Abstände d wird der letzte Term vernachlässigbar. Dies ist bei den meisten Objektiven der Fall, man hat ja ein Interesse, diese so kompakt wie möglich zu bauen. Oft wird die reziproke Brennweite als **Brechkraft** bezeichnet

$$D^* = \frac{1}{f} \text{ gemessen in } \mathbf{Dioptrien}.$$

Für kompakte Systeme addieren sich die Kehrwerte der Brennweiten bzw. die Brechkräfte,

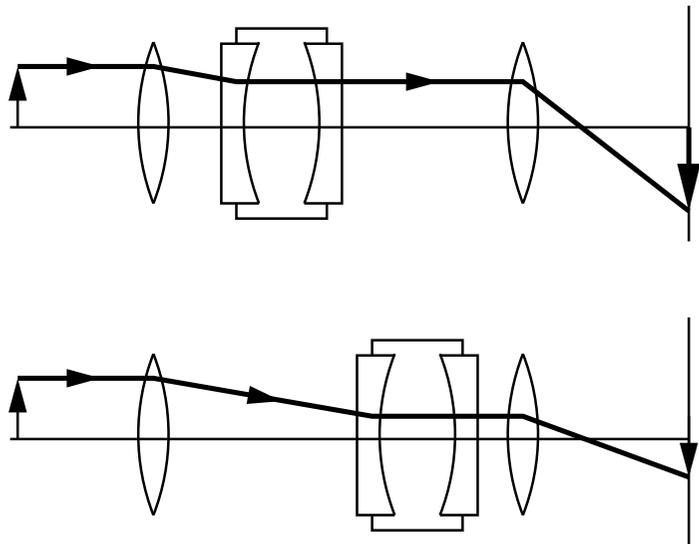
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \text{ bzw. } D^* = D_1^* + D_2^*.$$

Das menschliche Auge I



Diese Kombination von Linsen zu einem System wird ausgenutzt, um die häufigen Sehfehler Kurz- und Weitsichtigkeit zu korrigieren. Bei beiden vermögen die Augenmuskeln die Augenlinse nicht genügend zu deformieren. Bei Kurzsichtigkeit (oben links) kann die Augenlinse nicht genügend gestreckt werden. Das Bild liegt vor der Netzhaut, während es bei sehr nahen Gegenständen gerade auf diese zu liegen kommt. Kurzsichtigkeit kann deshalb durch eine Zerstreuungslinse korrigiert werden. Bei Weitsichtigkeit (unten) vermögen die Augenmuskeln die Augenlinse zu wenig zu krümmen, was durch eine Sammellinse korrigiert werden kann.

Ein einfaches Zoomobjektiv



Ein Zoomobjektiv soll bekanntlich eine variable Vergrößerung M erlauben, muss aber gleichzeitig, bei konstantem Abstand zwischen Gegenstand und Bildebene, ein scharfes Bild ergeben. Am einfachsten erreicht man dies durch eine Anordnung wie links skizziert. Die Zerstreuungslinsen “biegen” die Strahlen nach der Eintrittslinse wieder in parallele Lichtstrahlen um, die dann durch die Austrittslinse auf die Bildebene fokussiert werden.

Abbildungsfehler

+ chromatische Aberration

+ sphärische Aberration

+ Astigmatismus

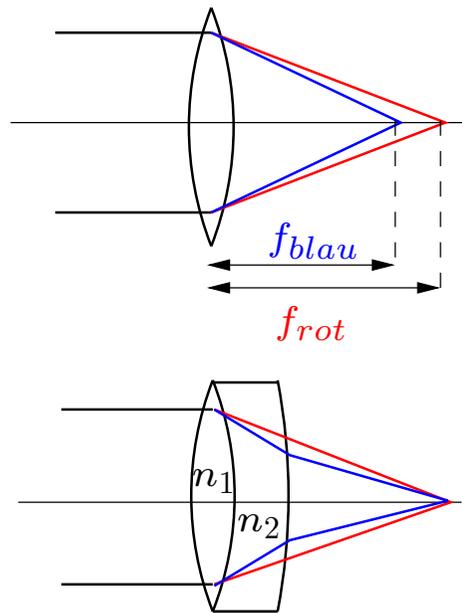
- Koma

- Bildfeldwölbung

- Verzeichnung

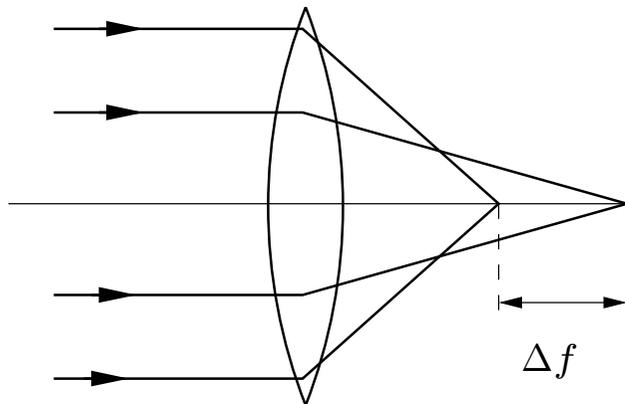
- aplanatische Abbildung

Chromatische Aberration



Der unterschiedliche Brechungsindex für verschiedene Wellenlängen führt zu einem unterschiedlichen Brennpunkt für die verschiedenen Farben (griechisch $\chi\rho\omega\mu\omega\sigma$, chromos). Dieser Effekt heißt chromatische Aberration. Weil für die meisten Materialien blau stärker gebrochen wird als rot, erscheint blau in einem näheren Brennpunkt als rot. Dieser Abbildungsfehler ist oft in billigen Optiken zu beobachten und führt zu "Regenbogen"-Erscheinungen an den Rändern abgebildeter Objekte. Der Effekt kann durch sog. Achromate korrigiert werden, dabei werden Systeme aus zwei verklebten Linsen (eine Sammellinse und eine Zerstreuungslinse) mit unterschiedlichem Brechungsindex verwendet. Offensichtlich spielt bei der Dimensionierung der Krümmungsradien der Brechungsindex eine große Rolle (Brennpunkt!).

Sphärische Aberration



Die sphärische Aberration haben wir beim sphärischen Hohlspiegel bereits im Detail untersucht. Der Effekt tritt, das sollte nicht überraschen, genauso auch bei sphärischen Linsen auf. Weil es wesentlich schwieriger ist, eine korrigierte Linse zu schleifen, als einen Parabolspiegel zu bauen, verwendet man bei Linsen oft andere Lösungen:

- Begrenzung der Eintrittsbreite des Strahls auf paraxialen Bereich
- Verwendung plan-konvexer Linsen, konvexe Seite dem Strahl zugewandt
- Kombination verschiedener Linsen zu einem korrigierten Linsensystem
- Verwendung entsprechend geschliffener Linsen

Astigmatismus

Nicht alle Gegenstände befinden sich zufälligerweise gerade auf der optischen Achse einer Linse. Ihre Abbildung schräg zur Achse führt zum sog. Astigmatismus. Dieser beruht darauf, dass nicht mehr alle Strahlen unter demselben Einfallswinkel auf die Linse fallen, was zu einem unterschiedlichen Brechungswinkel führt. Insbesondere werden dann die Strahlen in der durch den Zentralstrahl und die optische Achse aufgespannte Ebene (Meridionalebene) in einen anderen Bildpunkt abgebildet als die Strahlen, die in der dazu senkrechten Ebene (Sagittalebene) liegen. Das Bild wird dann, je nach Abstand von den beiden Bildpunkten, zwischen einer Linie in der Sagittalebene und einer Linie in der Meridionalebene ellipsenförmig verformt. Die Hauptachsen sind die vorher erwähnten Bildlinien. Astigmatismus ist ein häufiger Sehfehler, der durch eine zusätzliche zylindrische Krümmung von Brillengläsern in der Hauptebene korrigiert werden kann.

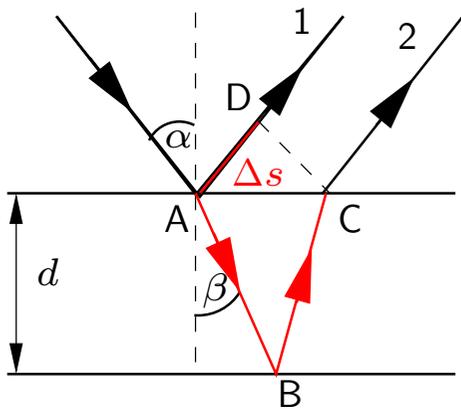
Astigmatismus kann mit einer Zylinderlinse gut demonstriert werden.

Interferenz und Beugung

Ein Verständnis optischer Instrumente verlangt nach mehr als nur den Abbildungseigenschaften und der Kenntnis häufiger Abbildungsfehler. So kann man im Prinzip Teleskope mit berauscher Vergrößerung bauen (und erstaunlicherweise auch verkaufen), die die beobachteten Gegenstände dann riesig groß, aber unscharf abbilden. Optische Instrumente soll man eben nicht nur nach ihrer Vergrößerung, sondern insbesondere auch nach ihrer **Auflösung** beurteilen.

Damit wir diese wichtige Eigenschaft verstehen können, müssen wir nun noch die Beugung und die Interferenz behandeln.

Interferenz an einer plan-parallelen Platte

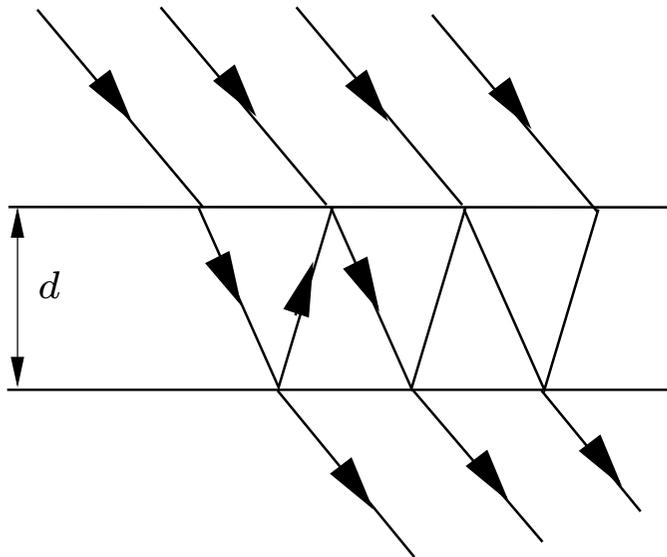


Das Prinzip der Interferenz spielt z. B. bei der Vergütung von optischen Linsen eine wichtige Rolle. Der Gangunterschied Δs zwischen den beiden reflektierten Lichtstrahlen 1 und 2 ist $\Delta s = n(\overline{AB} + \overline{BC}) - \overline{AD} = 2nd / \cos \beta - 2d \tan \beta \sin \alpha$. Mit dem Brechungsgesetz von Snellius, $\sin \alpha = n \sin \beta$ lässt sich dies umformen

$$\Delta s = 2nd / \cos \beta - 2nd \sin^2 \beta / \cos \beta = 2nd \cos \beta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}.$$

Bei der Reflexion zum optisch dichteren Medium ergibt sich zudem ein Phasensprung von π , womit wir für die Phasenverschiebung haben $\Delta \phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta s - \pi$, was bei $\Delta \phi = m2\pi$ konstruktive und für $\Delta \phi = (2m + 1)\pi$ destruktive Interferenz erzeugt.

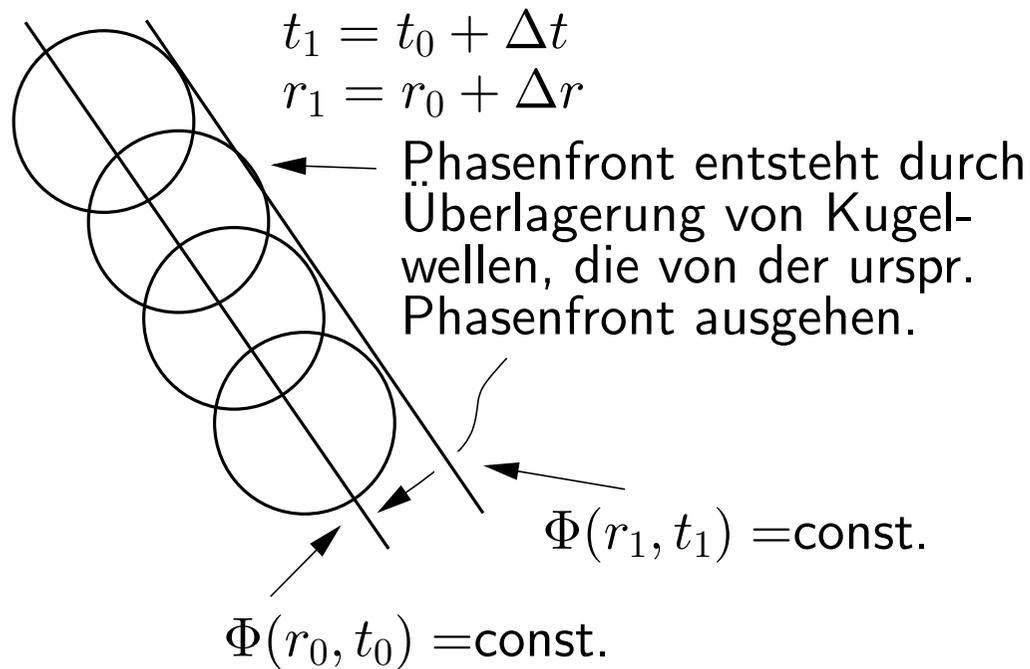
Das Fabry-Perot-Interferometer



Diese Interferenzerscheinung, aber im transmittierten Licht, wird im Fabry-Perot-Interferometer (1897!) ausgenutzt, um sehr präzise Spektren zu messen. Dabei wird parallel einfallendes Licht wie vorhin durch eine planparallele leicht verspiegelte Glasplatte geschickt. Das einmal reflektierte austretende Licht ist gegenüber dem direkt austretenden Licht um $\Delta\phi = (2\pi/\lambda)2nd/\cos\beta$ phasenverschoben. Die Transmission ist also für bestimmte

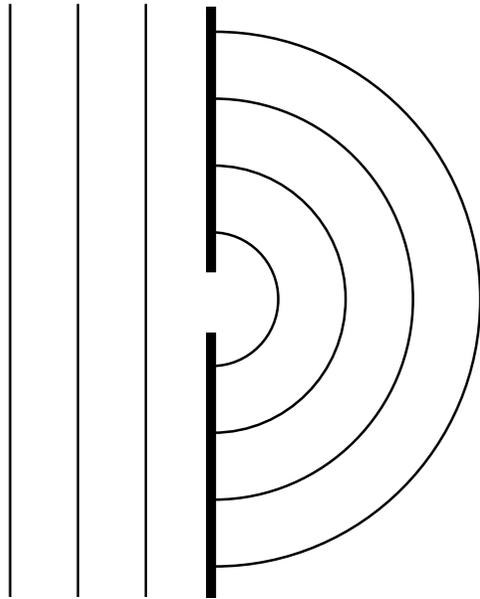
Wellenlängen maximal. Das austretende (wieder parallele) Licht wird durch eine Sammellinse auf einen Detektor gesammelt, die Transmission kann so sehr einfach gemessen werden. Fabry-Perot-Interferometer sind heute stark verbreitet.

Das Prinzip von Huygens



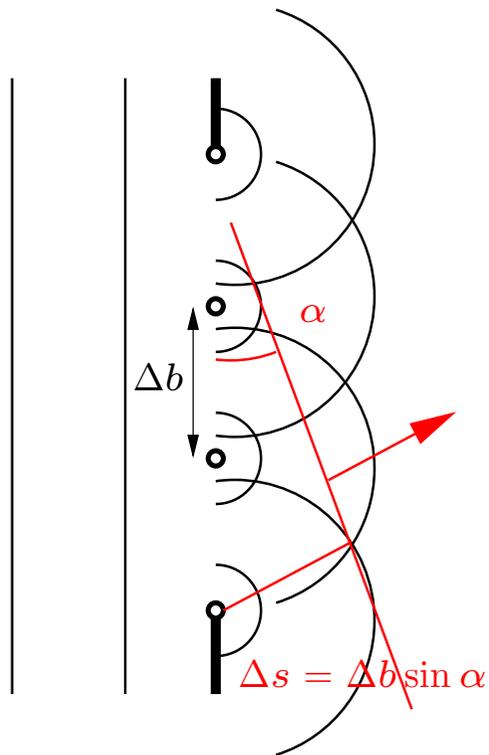
Das Prinzip von Huygens besagt, dass sich die Ausbreitung von Wellen dadurch beschreiben lässt, dass an jedem Punkt der Phasenfront einer Welle neue Kugelwellen gebildet werden, die sich von dort aus ausbreiten. Die Überlagerung resultiert in einer neuen Phasenfront, an der ihrerseits wieder Kugelwellen ausgesandt werden, etc.

Das Prinzip von Huygens II



Damit lässt sich auch die Situation links beschreiben. Eine monochromatische ebene Welle läuft gegen eine Wand mit einem Loch (Blendenöffnung, z. B. Spalt). Dieses wirkt nun als Quelle von Kugelwellen. Wird die Wand durch eine löchrige Wand ersetzt, so befinden sich dort viele Kugelwellenzentren. Insbesondere sagt das Huygensche Prinzip voraus, dass auf einem Schirm hinter der Blende Licht auch Orte erreichen kann, die es nach der geometrischen Optik nicht erreichen dürfte!

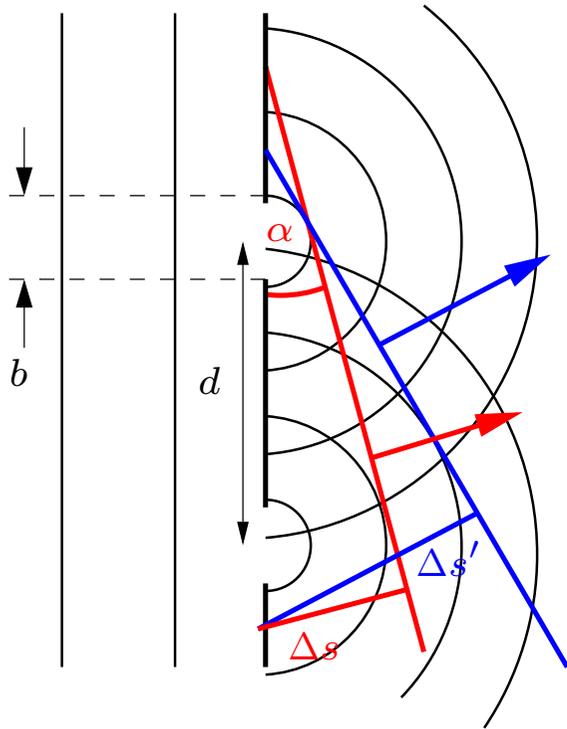
Beugung am Spalt



Wie tritt nun das Licht durch die Blende? In jedem Punkt der Blendenöffnung entsteht eine neue Kugelwelle, die sich ausbreitet (hier sind nur 4 eingezeichnet). Diese können nun verschiedene Phasenfronten (rot) bilden, die in verschiedene wohldefinierte Richtungen laufen (rote Pfeile). Zwischen den Richtungen liegen Bereiche, in denen Wellentäler und -berge vermischt werden und folglich auch das Signal kleiner wird. Wir erwarten also, dass in einigen ausgezeichneten Richtungen mehr Licht auf einen Schirm fallen wird als in anderen. Der Abstand von Wellenberg zu Wellenberg beträgt $\Delta s = \Delta b \sin \alpha$ und verursacht wiederum einen Phasenunterschied,

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta s = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta b \sin \alpha.$$

Beugung an mehreren Spalten

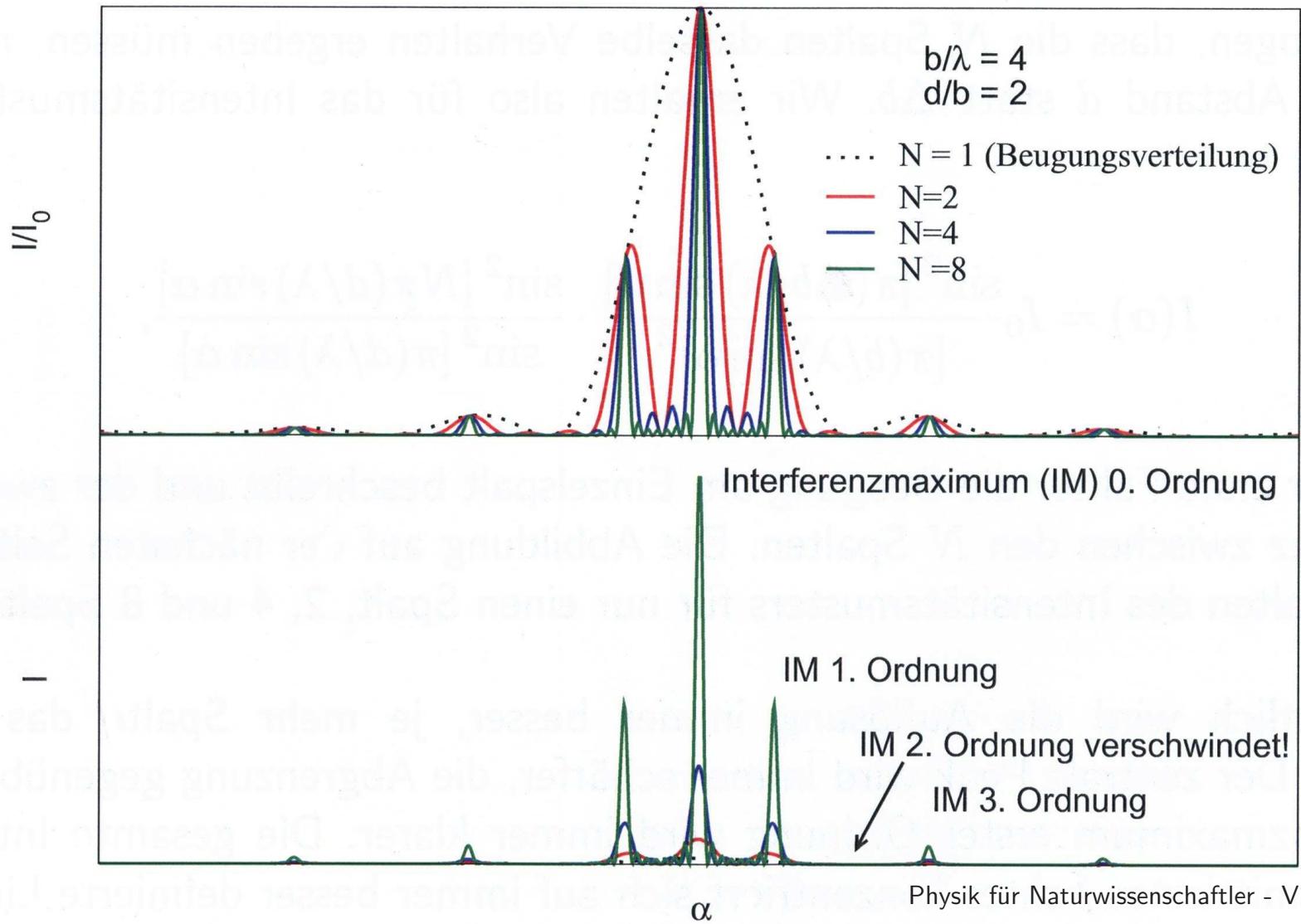


Was passiert nun, wenn die Blende mehrere Spalten aufweist? Links ist eine Situation mit zwei Spalten skizziert. Die von den beiden Blendenöffnungen ausgehenden Kugelwellen können nun verschiedene Phasenfronten (rot, blau) bilden, die in verschiedene wohldefinierte Richtungen laufen (rote, blaue Pfeile). Zwischen den Richtungen liegen Bereiche, in denen Wellentäler und -berge vermischt werden und folglich auch das Signal kleiner wird. Wir erwarten also, dass in einigen ausgezeichneten Richtungen mehr Licht auf einen Schirm fallen wird als in anderen.

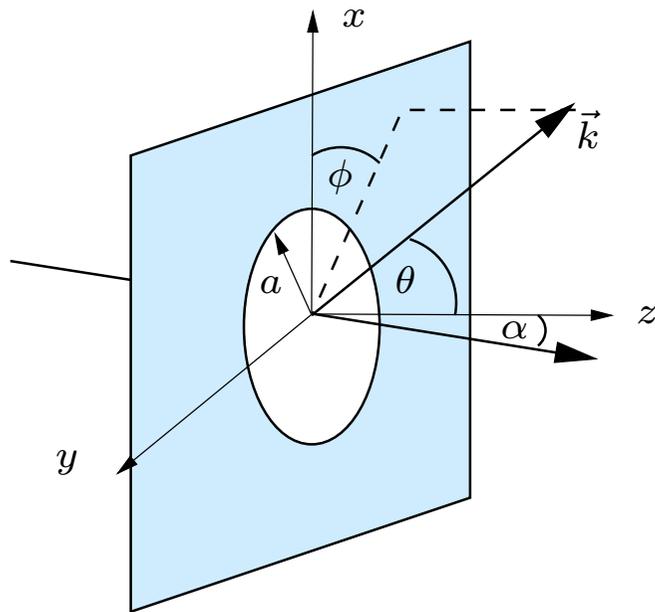
Zum Interferenzmuster der normalen Beugung am Spalt kommt also nun noch

ein Beitrag von der Interferenz der Beiträge der einzelnen Spalten dazu! Wenn ich jeden Spalt als ein Zentrum für Kugelwellen auffasse, dann ergeben die vorherigen Überlegungen, dass die N Spalten dasselbe Verhalten ergeben müssen, nur mit anderem Abstand d statt Δb . Die Abbildung auf der nächsten Seite zeigt das Verhalten des Intensitätsmusters für nur einen Spalt, 2, 4 und 8 Spalten.

Offensichtlich wird die Auflösung immer besser, je mehr Spalten das Gitter aufweist. Der zentrale Peak wird immer schärfer, die Abgrenzung gegenüber dem Interferenzmaximum erster Ordnung wird immer klarer. Die gesamte Intensität des transmittierten Lichtes konzentriert sich auf immer besser definierte Linien.



Beugung an einer Lochblende

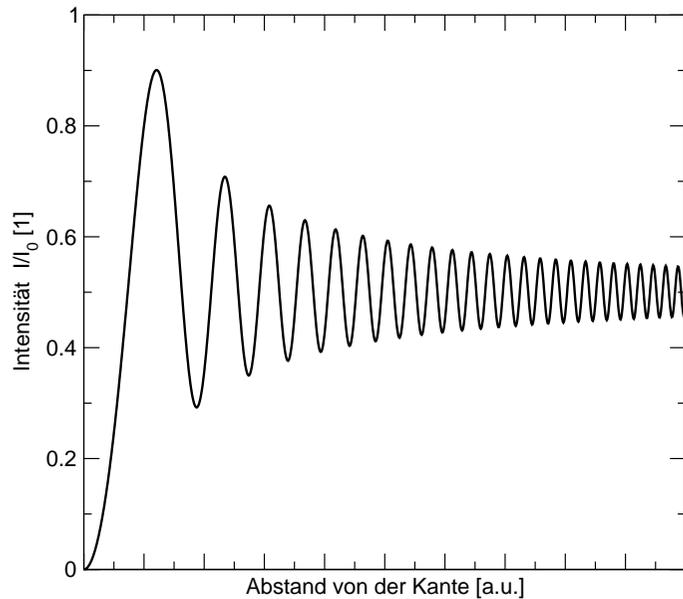


Die Beugung an einer Lochblende ist wohl physikalisch sehr einfach zu verstehen. Wir stellen uns einfach vor, der Spalt werde irgendwie zu einem Loch verformt, es ergibt sich ein kreissymmetrisches Beugungsbild. Die exakte Form aber ergibt sich nur durch sorgfältige mathematische Analyse. Man findet für die in ein Raumwinkelement $d\Omega$ emittierte Leistung

$$\frac{dP}{d\Omega} \propto \cos^2 \alpha (\cos^2 \theta + \cos^2 \phi \sin^2 \theta) \left| \frac{2J_1(ka\xi)}{ka\xi} \right|^2,$$

wo ξ eine Kombination der Winkelfunktionen von α , θ und ϕ ist und $J_1(x)$ eine sog. Besselfunktion erster Art der Ordnung 1 ist. Diese scheinbar einfache Anordnung ist also gar nicht so einfach!

Beugung an einer Kante



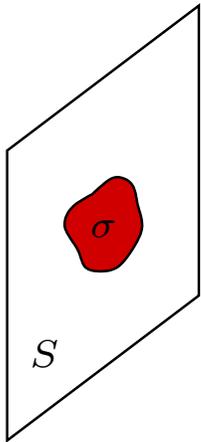
Die Beugung an einer Kante ist ein weiteres scheinbar einfaches Beispiel. Das Phänomen tritt z. B. auf, wenn ein Stern hinter dem Mond hervortritt bzw. verschwindet. Die Intensität des Lichtes oszilliert, weil sich das Beugungsmuster am Beobachter vorbeibewegt. Die Intensität ist durch die sog. Fresnelschen Integrale $S(x)$ und $C(x)$ gegeben,

$$I(x) = I_0 \cdot (C^2(x) + S^2(x)) .$$

Mehr Details dazu finden sich unter

<http://spiff.rit.edu/richmond/occult/bessel/bessel.html>.

Das Prinzip von Babinet



Für das Beugungsmuster einer Öffnung auf einem Auffangschirm das Integral der Feldstärke über die Blendenöffnung entscheidend. Dies führt zu einer erstaunlichen Tatsache, dem **Prinzip von Babinet**. Hätte der Schirm S keine Öffnung σ , so würde kein Beugungsmuster entstehen. Die elektrische Feldstärke im Beugungsbild ist im Wesentlichen gegeben durch die Feldstärke in der Blendenöffnung σ . Die Feldstärke, die eine komplementäre Blendenöffnung $S \setminus \sigma = S \cap \bar{\sigma}$ (S weg σ) im Beugungsbild hervorruft, ist demnach gegeben durch die Feldstärke in der komplementären Blendenöffnung $S \setminus \sigma$. Die Summe der beiden muss aber Null geben (kein Loch, kein Beugungsmuster)

$$E_{P\sigma} + E_{P S \setminus \sigma} = 0 \quad \Rightarrow \quad E_{P\sigma} = -E_{P S \setminus \sigma},$$

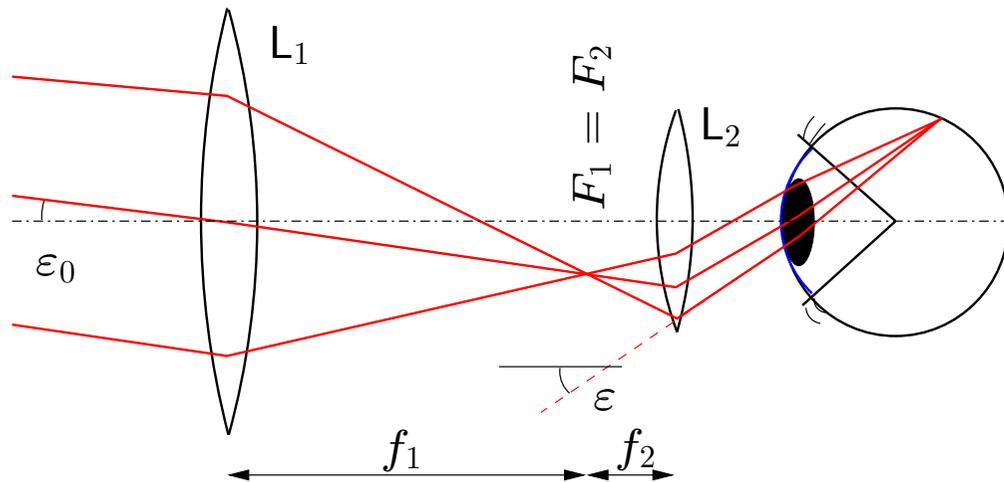
weil das Integral linear ist. Die Intensität im Beugungsbild ist aber durch das

Quadrat der Feldstärken gegeben und folglich

$$E_{P\sigma}^2 = E_{P S \setminus \sigma}^2 \quad \Rightarrow \quad I_{P\sigma} = I_{P S \setminus \sigma}.$$

Dieses **Prinzip von Babinet**, dass also eine Blendenöffnung und ihr Komplement das gleiche Beugungsmuster erzeugen, vereinfacht in vielen Fällen die Berechnung der durch Blenden entstehenden Beugungsmuster.

Das Teleskop/Fernrohr

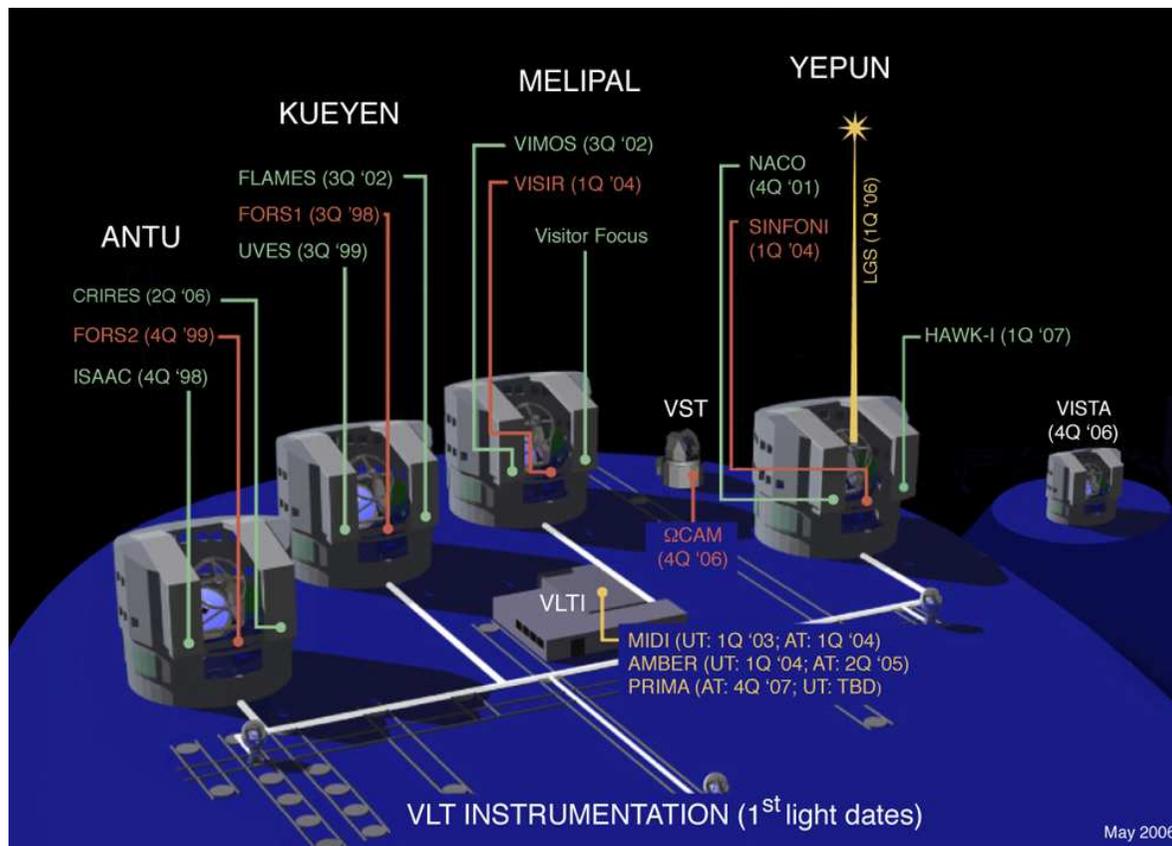


Das Teleskop ist ein System von (mindestens) zwei Linsen, wovon eine eine sehr große Brennweite f_1 hat. Sie bildet ein sehr weit entferntes Objekt in der Brennebene auf ein reelles Bild B ab. Dieses wird durch die zweite Linse wie durch eine Lupe vergrößert betrachtet. Die Winkelvergrößerung ergibt sich für

sehr weit entfernte Objekte zu

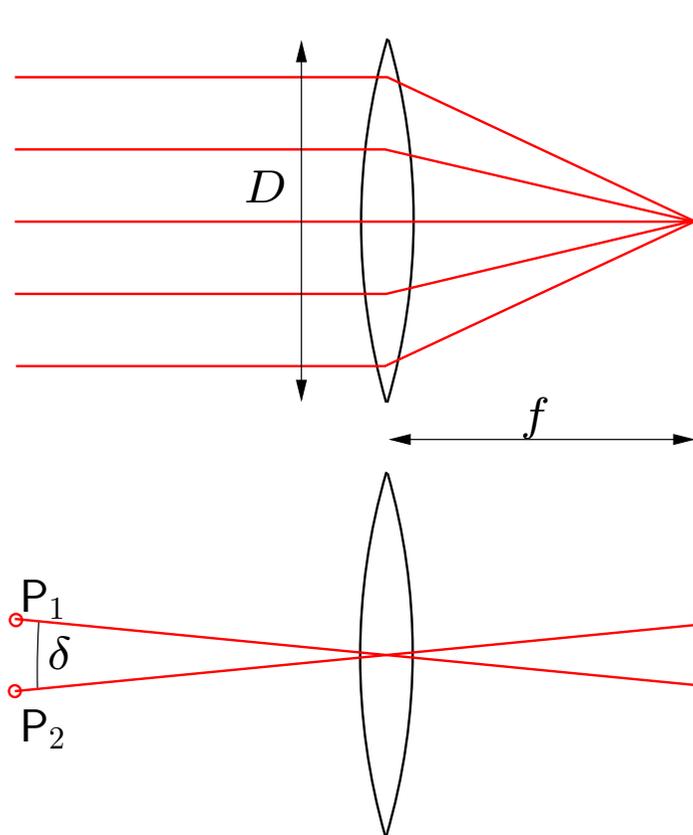
$$V = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{B}{f_2 \epsilon_0} = \frac{f_1 \epsilon_0}{f_2 \epsilon_0} = \frac{f_1}{f_2}.$$

Um das Auf-dem-Kopfstehen bei Teleskopen zu verhindern verwendet man oft statt einer Sammellinse L_2 eine Zerstreuungslinse.

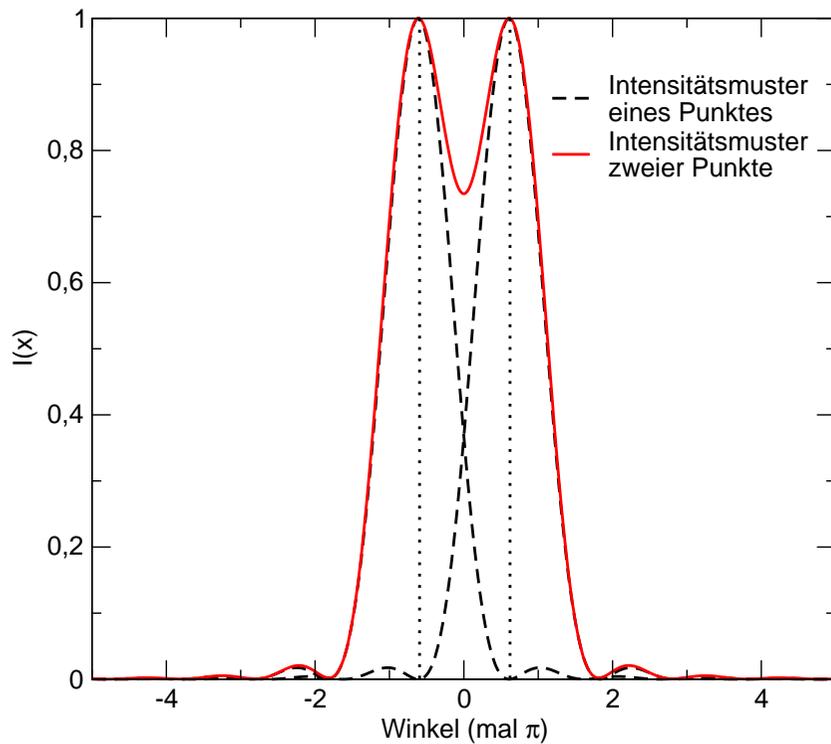


In der Astronomie sind Linsenteleskope nicht mehr gebräuchlich. Um möglichst viel Licht zu sammeln werden große Hohlspiegel eingesetzt. Links das VLT der ESO am Cerro Paranal in Chile. Die vier 8-m Spiegel ergeben kombiniert die Lichtstärke eines 16-m Teleskopes. Andererseits können sie auch für interferometrische Studien eingesetzt werden.

Auflösungsvermögen eines Fernrohrs



Teleskope mit Linsen- oder Spiegel-
durchmesser kleiner als $\sim 10\text{cm}$ haben
eine Auflösung, die durch Beugungsef-
fekte limitiert wird. Seien P_1 und P_2
zwei Punkte (Sterne), die vom Teleskop
aus unter einem Winkel δ erscheinen.
Das durch die Linse erzeugte Bild ei-
nes unendlich weit entfernten einzelnen
Sterns ist nicht ein Punkt, sondern
ein Beugungsmuster, welches durch
die Blendenöffnung (Linsendurchmes-
ser) definiert wird. Das Bild der beiden
Sterne ist also eine Überlagerung der
beiden Beugungsmuster.

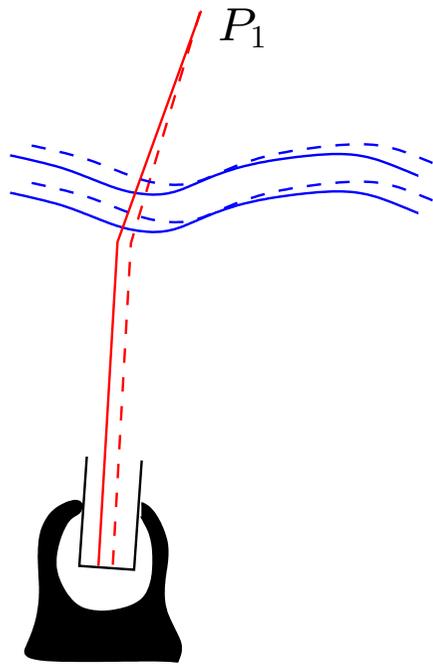


Die beiden Sterne (Punkte) P_1 und P_2 können gerade noch aufgelöst werden, wenn das Hauptmaximum der Intensitätsverteilung von P_1 nicht weiter als das erste Minimum der Intensitätsverteilung von P_2 von dessen Maximum entfernt ist. Dies ist das sog. **Rayleigh-Kriterium** für die Auflösung eines optischen Instrumentes. Das Intensitätsmuster

$$I(x) = I_0 \left(2 \frac{J_1(x)}{x} \right)^2$$

hat Nullstellen bei $x_1 = 1,22\pi$, $x_2 = 2,16\pi, \dots$. Das Auflösungsvermögen eines Fernrohrs ist also maximal

$$R = \frac{1}{\delta_{\min}} = \frac{D}{1,22\lambda}.$$

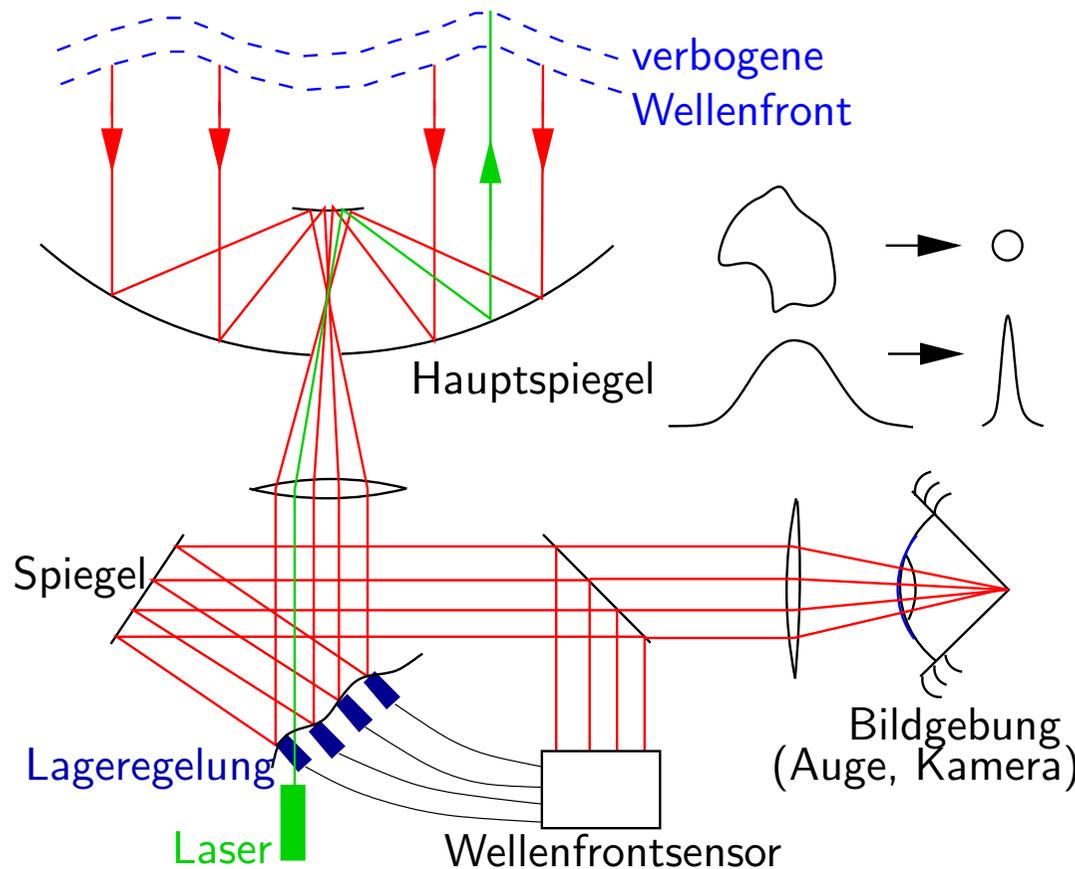


In der Praxis wird dieses Auflösungsvermögen durch gewöhnliche Teleskope mit $D > 10\text{cm}$ nicht erreicht. Der Grund dafür ist atmosphärische Turbulenz. Die dabei auftretenden Dichteschwankungen führen wegen der damit einhergehenden Schwankung des Brechungsindex zu einer Ablenkung des Lichtes, das Bild “zittert” in der Bildebene, eine lange Expositionsdauer führt zu einem verschwommenen Bild. Die Abbildung links zeigt zwei Strahlengänge zu zwei verschiedenen Zeiten t_1 und t_2 . Dieses Problem kann auf zwei Arten behoben werden, der klassischen **Speckle-Interferometrie** oder durch **adaptive Optik**. Bei den neusten landgestützten

Teleskopen mit adaptiver Optik wird diese aufgrund des Bildes von hellen

Vordergrundsternen laufend “scharf gestellt” und es werden damit Auflösungen erreicht, die fast ausschließlich beugungsbegrenzt (“diffraction limited”) sind. Bei weltraumgestützten Teleskopen (Hubble, JWST) treten diese Effekte nicht auf.

Aktive und Adaptive Optik

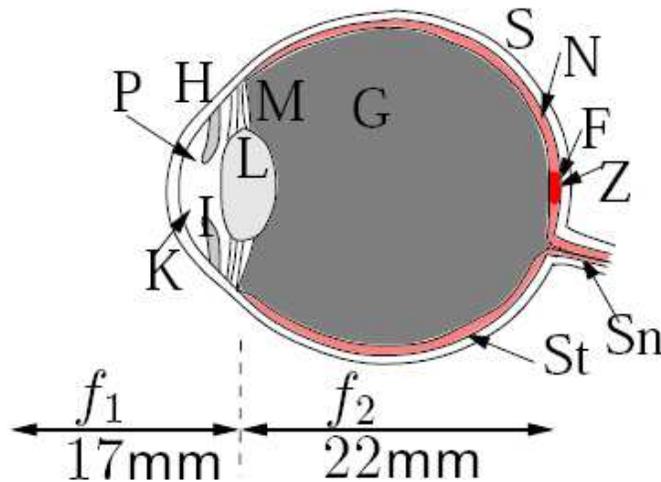


Ein klassisches 4-m Teleskop erreicht auch an den besten Sternwarten aufgrund des atmosphärischen "Seeings" nur eine Auflösung die etwa eine Größenordnung unterhalb der beugungsbedingten liegt. Damit wird die Intensität im Bild eines Sterns zwei Größenordnungen schwächer als beugungsbedingt möglich. Diese unbefriedigende Situation wurde in den 80-er Jahren angegangen, 1989 wurde das erste große Teleskop mit aktiver Optik, das ESO

3,5m New Technology Telescope in La Silla in Betrieb genommen. Es bewegt optische Subsysteme mit relative kleinen Frequenzen von typisch 0.05 Hz. Diese aktive Technologie wird für die 8.2m Teleskope des VLT und das segmentierte 10m Keck-Teleskop verwendet.

In der adaptiven Optik muss die Phasenverschiebung von wenigen μm auf ca. $1/50 \mu\text{m}$ alle ms korrigiert werden. Dazu wird ein kleiner Sekundärspiegel aktiv mit piezoelektrischen Aktuatoren bewegt. Das Signal für die Steuerung wird über einen Wellenfrontsensor aufgenommen, der dieselbe Anzahl Öffnungen aufweisen muss, wie Aktuatoren anzusteuern sind. Dazu wird, wenn möglich, die Wellenfront eines Referenzsterns oder des Objektes selber verwendet. Ist dies nicht möglich, wird mit einem starken Laser ein künstlicher "Referenzstern" erzeugt. Der Strahl eines Natriumlaser wird in ca. 90km Höhe in der Mesosphäre fokussiert, wo er Natriumatome anregt, welche ihrerseits dann Fluoreszenzlicht aussenden, welches als Punktquelle ("Referenzstern") dient. Alternativ wird ein Laser auf 10-20km fokussiert, wo sein Licht an Molekülen und Aerosol und Staubpartikeln streut.

Optische Instrumente: Das Auge

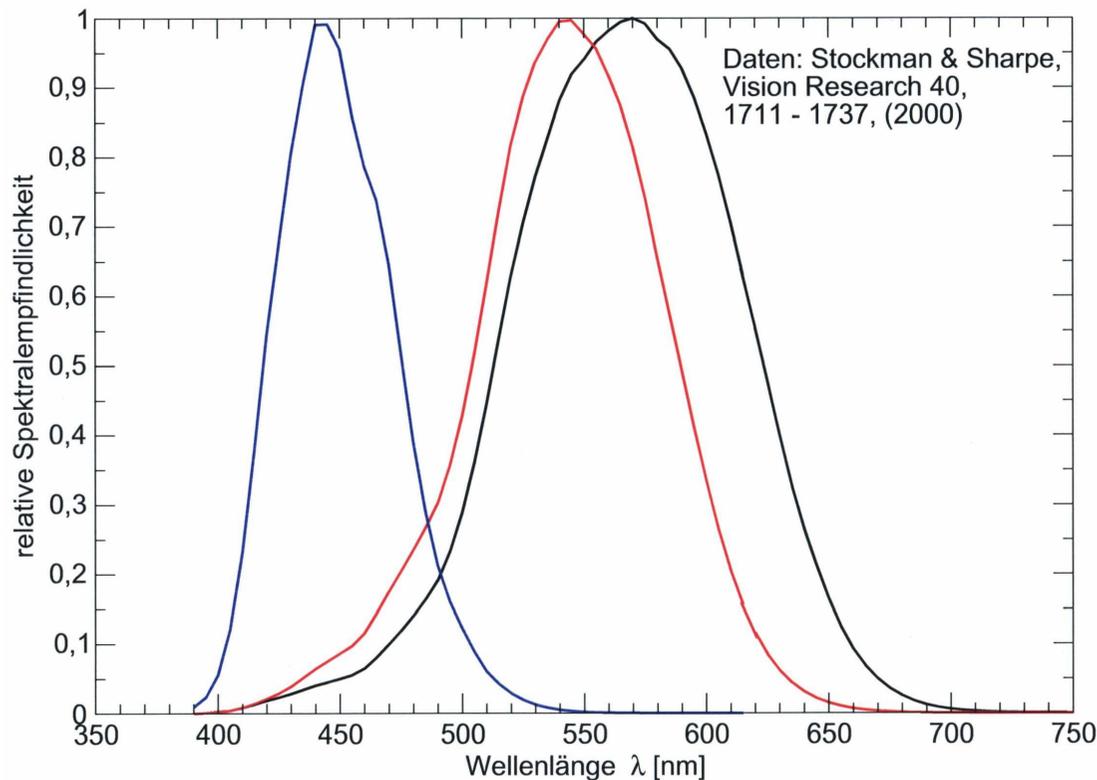


Das menschliche Auge ist ein höchst komplexes Gebilde, welches auf elementaren optischen Prinzipien beruht, aber durch die Ausführung besticht. S: Sklera (Sehnenhaut, undurchsichtig weiß), H: Cornea (Hornhaut), I: Iris (Regenbogenhaut), P: Pupille, K: Augenkammer, L: Augenlinse, M: Augenmuskel, G: Glaskörper, N: Netzhaut, F: Fovea (Zone schärfsten Sehens), St: Stäbchen, Z: Zäpfchen, Sn: Sehnerven.

Die verschiedenen Brennweiten vor und hinter der Augenlinse kommen sowohl durch die verschiedenen Krümmungsradien als auch durch die verschiedenen Brechungsindizes der angrenzenden Medien (Luft in 1 und Flüssigkeit in 2) zustande. In der Zone des schärfsten Sehens konzentrieren sich fast ausschließlich die farbempfindlichen Zäpfchen, während sich die wesentlich lichtempfindlicheren Stäbchen gegen den Rand der Netzhaut hin konzentrieren.

Photorezeption

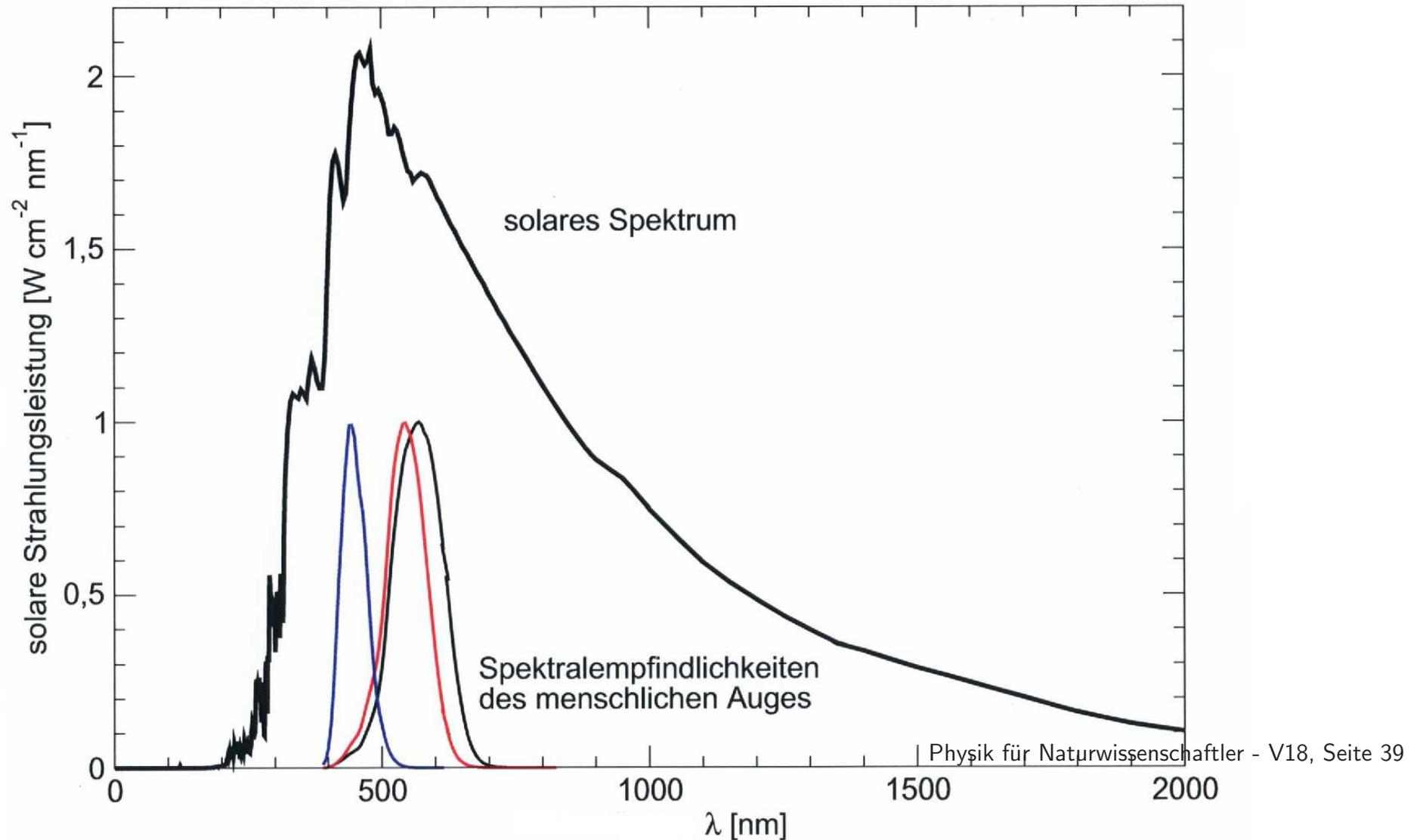
Die abbildenden Eigenschaften des Auges wären natürlich sinnlos, wenn wir das auftreffende Licht nicht irgendwie verarbeiten würden. Dabei teilen sich Hirn (Sehzentrum) und Auge in den Aufgaben. In der Netzhaut eingelassen sind die farbempfindlichen Zäpfchen und die hell-dunkel empfindlichen Stäbchen. Die Dichte der Zäpfchen erreicht in der Fovea Werte zwischen 50.000 pro mm^2 und über 300.000 pro mm^2 , je nach Auge. Dies entspricht einem durchschnittlichen Abstand zwischen 2 und 5 μm . Die Dichte der Stäbchen streut weniger und liegt zwischen 160.000 und 190.000 pro mm^2 . (Angaben: Curcio, C.A. & Allen, K.A., *Topography of ganglion cells in human retina*. J. Comp. Neurology 293, (1990)). In den Zäpfchen und Stäbchen ändern beim Auftreffen von Photonen gewisse Pigmente (Rhodopsin) ihre Form innerhalb von wenigen ps. Dies ruft wiederum eine Veränderung in bestimmten Enzymen hervor, welche wiederum sog. "zyklische GMP-Moleküle" hydrolisieren, welche den Natriumkanal in den optischen Nerven beeinflussen und so letztlich einen Nervenimpuls hervorrufen.



Die Stäbchen sind dunkeladaptierte (skoptische) Zellen, die bei einer Wellenlänge von etwa 500 nm besonders empfindlich sind. Die Zäpfchen unterscheiden sich in drei verschiedenen Sorten, mit je einer eigenen Empfindlichkeitskurve. Das Hirn setzt die Information aus den einzelnen Nervensignalen über eine Farbzufordnungsfunktion zu einem Farbbild zusammen.

Mehr dazu z. B. unter der Webseite <http://cvision.ucsd.edu/index.htm>.

Solares Spektrum und Spektralempfindlichkeiten des menschlichen Auges:



Auflösungsvermögen des Auges

Betrachten wir einen Gegenstand der Größe G in einem Abstand g , so erscheint er uns unter einem Winkel ϵ ,

$$\tan \frac{\epsilon}{2} = \frac{1G}{2g} \rightarrow \epsilon \approx \frac{G}{g}.$$

Der Bildabstand b von der Hauptebene der Augenlinse beträgt dann nach Linsengleichung

$$\frac{f_1}{g} + \frac{f_2}{b} = 1,$$

weil der Brechungsindex im Auge anders ist als vor dem Auge ($f_1 \neq f_2$). Nun ist ja b fest vorgegeben und folglich muss die Brennweite f des Auges verstellbar sein. Wir können Gegenstände bis ca. 10 cm vor unseren Augen noch scharf sehen (Akkommodation des Auges). Der kleinste auflösbare Sehwinkel ϵ_0 ist einerseits

durch Beugungseffekte an der Pupille und durch den durchschnittlichen Abstand der Zäpfchen in der Fovea bestimmt. Dieser beträgt 2 bis 5 μm , der Bildabstand ca. 2 cm, also

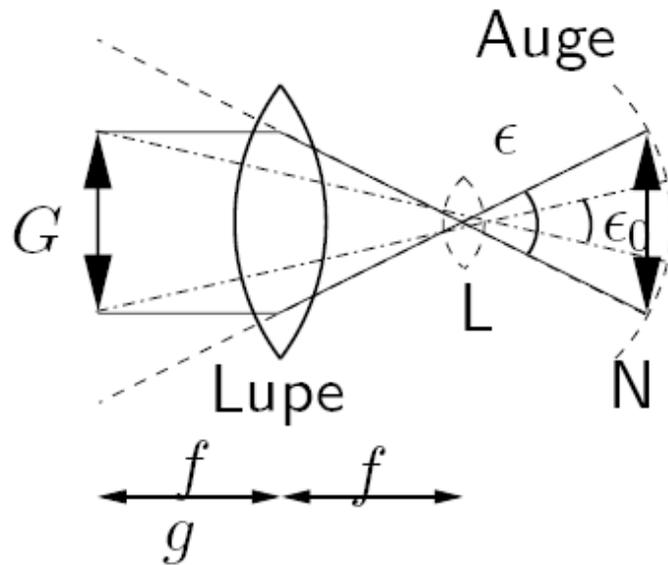
$$0.02\text{m} \cdot \epsilon_0 \approx 4\mu\text{m} \rightarrow \epsilon_0 \approx 2 \cdot 10^{-4} \cdot 57^\circ \approx 1'$$

Bequemes Lesen ist bei einem Buchabstand von mind. 25 cm möglich, damit können in einem Buch Punkte mit einem Abstand

$$25 \cdot 10^{-2}\text{m} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \approx 50\mu\text{m}$$

gerade noch aufgelöst werden! Deshalb war das Druckbild von früheren Laserdruckern (bei 360 dpi) unbefriedigend.

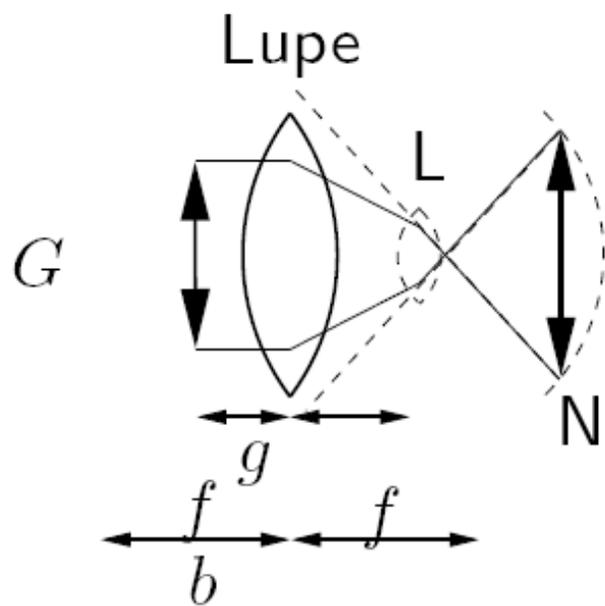
Vergrößernde Instrumente



Die Vergrößerung einer Lupe wird dadurch erreicht, dass der Winkel ϵ , unter dem der Gegenstand G gesehen wird, vergrößert wird. Die Vergrößerung V ist definiert als

$$V \doteq \frac{\text{Sehwinkel } \epsilon \text{ mit Instrument}}{\text{Sehwinkel } \epsilon_0 \text{ ohne Instrument}}$$

Oft wird die Vergrößerung auch durch $V = \frac{B}{G}$ definiert, was eigentlich der Abbildungsmaßstab ist und nicht unbedingt dasselbe bedeutet, weil optische Instrumente mit fester Brennweite Objekte nur in einer bestimmten Ebene, der Gegenstandsebene, scharf abbilden. (**Schärfentiefe**, siehe Demtröder für eine Diskussion.)



Die Vergrößerung der Lupe bei Betrachtung in einer bequemen Sehweite $s_0 = 25 \text{ cm}$ beträgt also

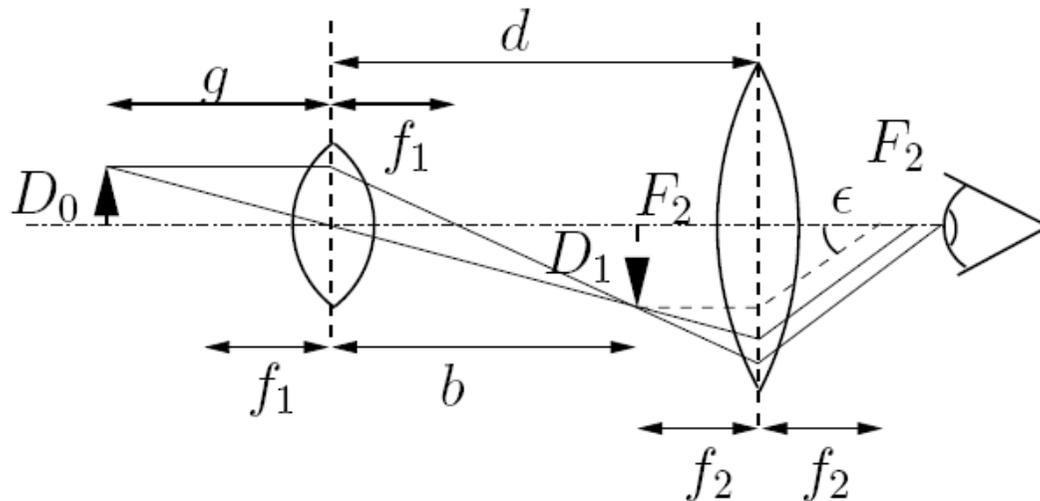
$$V = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{G}{f} \cdot \frac{s_0}{G} = \frac{s_0}{f},$$

was nahelegt, Lupen mit kleiner Brennweite (starke Krümmung) zu verwenden.

Die Vergrößerung kann erhöht werden, wenn der Gegenstand nicht in den Brennpunkt, sondern näher an die Lupe gebracht wird.

$$V = \frac{B/b}{G/s_0} = \frac{B s_0}{G b} = \frac{b s_0}{g b} = \frac{s_0}{g}.$$

Das Mikroskop



Mit dem Mikroskop erreicht man wesentlich höhere Vergrößerungen als mit der Lupe. Dies geschieht durch Kombination von (mindestens) zwei Linsen. Die erste wirft ein reelles Zwischenbild in der Brennebene der zweiten. Davon erreichen das Auge parallele Lichtbündel und das Auge sieht ein

Bild des Gegenstandes im Unendlichen, genau wie bei der ersten Lupenanordnung. Die Vergrößerung des Mikroskops erhält man durch folgende Überlegungen:

Der Abbildungsmaßstab der ersten Abbildung (Lupe 1, d. h. Objektiv) beträgt

$D_1/D_0 = b/g$, mit der Linsengleichung haben wir

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \implies b = \frac{g \cdot f_1}{g - f_1} \quad \text{und also} \quad D_1/D_0 = \frac{f_1}{g - f_1}.$$

Stellen wir das Objekt also in die Nähe des gegenstandsseitigen Brennpunktes des Objektivs, so wird der Maßstab sehr groß. Das Okular (Lupe 2) wirkt nun wie eine Lupe für das Zwischenbild.

$$\tan \epsilon = \frac{D_1}{f_2} = D_0 \frac{b}{g} \frac{1}{f_2} = \frac{D_0 b}{g \cdot f_2}$$

und ohne Mikroskop wäre der Gegenstand in bequemer Sehweite s_0 unter dem Winkel $\epsilon_0 = \arctan D_0/s_0$ sichtbar. Die Winkelvergrößerung beträgt daher

$$V = \frac{D_0 b s_0}{D_0 g f_2} = \frac{b s_0}{g f_2}.$$

Mit dem Abstand $d = b + f_2$ zwischen den beiden Linsen erhalten wir

$$V \approx \frac{(d - f_2)s_0}{f_1 f_2}.$$

Die Vergrößerung wird also umso größer, je größer der Abstand zwischen Objektiv und Okular ist (je größer das Mikroskop wird).