

Probleme mit der klassischen Physik

- Thermodynamik (Wärmestrahlung)
- Photoeffekt
- Comptoneffekt
- Stabilität von Atomen

Atome

- griechisch *ατομος* Leukipp (ca. 440 v. Chr.) und Demokrit (ca. 460 - 370 v. Chr.). Stoffe sind aus unveränderbaren Atomen zusammengesetzt (statische Elemente (Parmenides)), die Zusammensetzung kann sich aber ändern (Heraklit "alles fließt").
- Chemie und dann Clausius ($p \cdot V = \frac{n}{3} m \overline{v^2} V$), Maxwell ($\kappa = \frac{C_p}{C_V} = \frac{f+2}{f}$), Boltzmann \implies Atome, bzw. Moleküle!
- Dalton (1766 – 1844), Massenverhältnisse konstant (z. B. Wasser 1:8 = H:O)
 \implies 3 Hypothesen:
 - elementare Stoffe bestehen aus Atomen

- Atome desselben Elementes sind identisch
- chemische Verbindungen jeweils in ganzzahligem Mengenverhältnis, Einheit ist $1 \text{ amu} \doteq 1/12$ der Masse von $^{12}\text{C} = 1,66055 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- Avogadro (1776 – 1856) Moleküle bestehen aus zwei oder mehr Atomen
- Größe von Atomen aus verschiedenen Methoden:
 - flüssige ein-atomige Gase: $V_a \approx \frac{V_{\text{Fl}}}{N_A} \implies r \approx 10^{-10} \text{ m}$
 - Van-der-Vaals Gleichung:

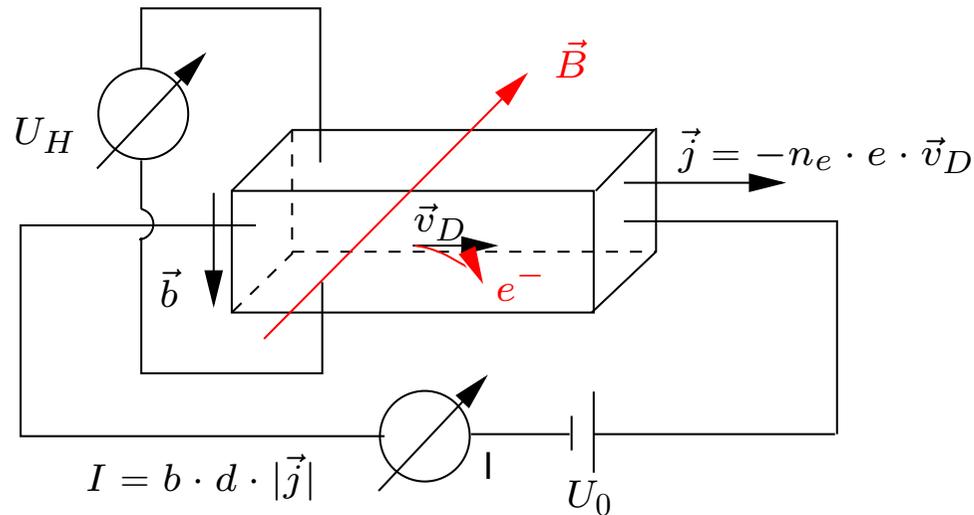
$$\left(p + \frac{a}{V_M^2} \right) (V_M - b) = R \cdot T, \quad \text{aus } b = 4N_A V_A \text{ folgt } V_A = b/(4N_A).$$

- Transportkoeffizienten (Diffusion, Wärmeleitung, Viskosität) hängen von mittlerer freier Weglänge $\Lambda = 1/(\sqrt{2}n\sigma)$ ab, wobei $\sigma = \pi r_A^2$.

Aufbau von Atomen

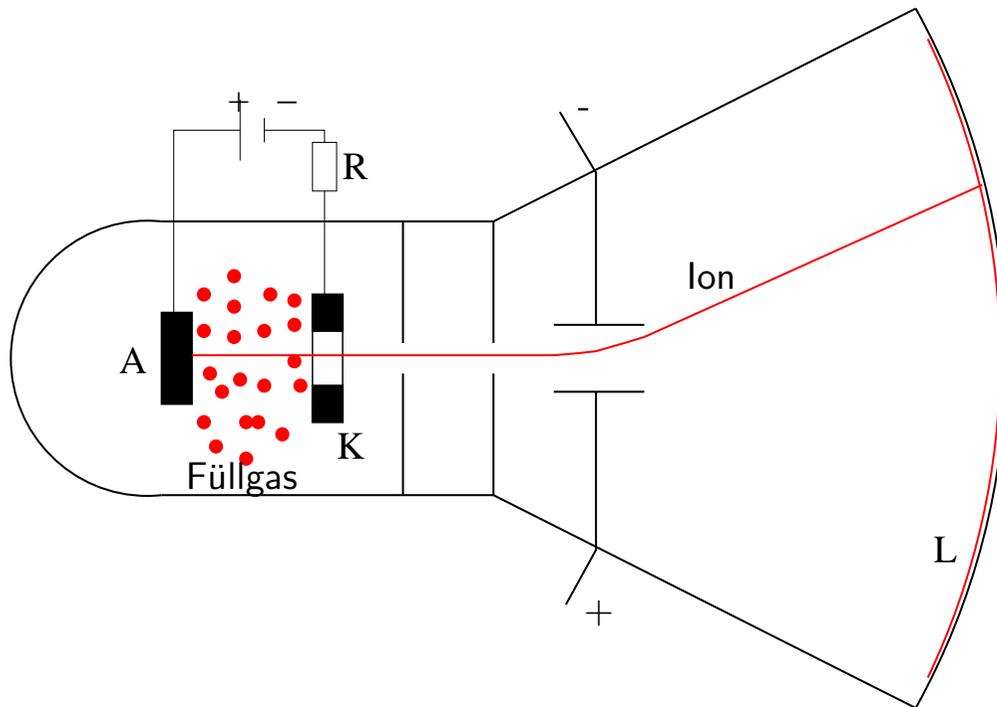
- Atome müssen aus elektrisch geladenen Teilchen bestehen:
 - elektrolytische Stromleitung in Flüssigkeiten
 - Gasentladungen im Magnetfeld
 - Ladungstrennung z. B. im Hall-Effekt
 - Radioaktivität (Unterschiede α - und β -Strahlung)

Der Hall-Effekt



Ladungsträger (Elektronen oder Löcher) werden durch Lorentzkraft $e \cdot (\vec{v}_D \times \vec{B})$ abgelenkt. Daraus ergibt sich eine Ladungstrennung und es baut sich ein elektrisches Feld \vec{E}_{Hall} auf, welches die Lorentzkraft gerade kompensiert. Hall-Spannung $U_H = \vec{E}_H \cdot \vec{b}$.

Kanalstrahlen



Mittels Wien-Filter wurde e/m der Kanalstrahlen gemessen (Wien, 1897), es war wesentlich kleiner als bei Kathodenstrahlen, damit mussten die Ionen (Wandernden) wesentlich schwerer als die Elektronen sein.

Bestimmung der Elementarladung

Millikan (1910): Öltröpfchen in Luft zwischen Kondensatorplatten.

$$n \cdot e \cdot E = m \cdot g - F_{\text{Auftrieb}} \quad \text{Tropf bleibt stehen,}$$

$$m \cdot g = F_{\text{Auftrieb}} + F_{\text{Reibung}} \quad \text{Tropf sinkt mit } v = \text{const.},$$

$$F_{\text{Auftrieb}} = \rho_{\text{Luft}} \cdot \frac{4\pi}{3} r^3,$$

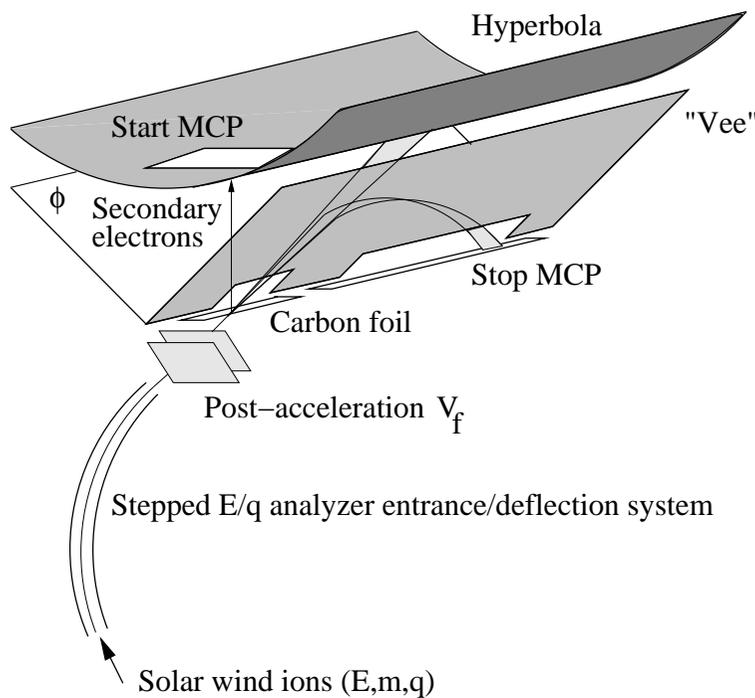
$$F_{\text{Reibung}} = 6\pi\eta r v \quad \text{Stokes.}$$

Durch Umladung ($n \rightarrow n + \Delta n$) des Tröpfchens folgt $U \rightarrow U + \Delta U$ und $n \cdot U = (n + \Delta n) \cdot (U + \Delta U)$ und damit $\Delta n = -n\Delta U / (U + \Delta U)$.

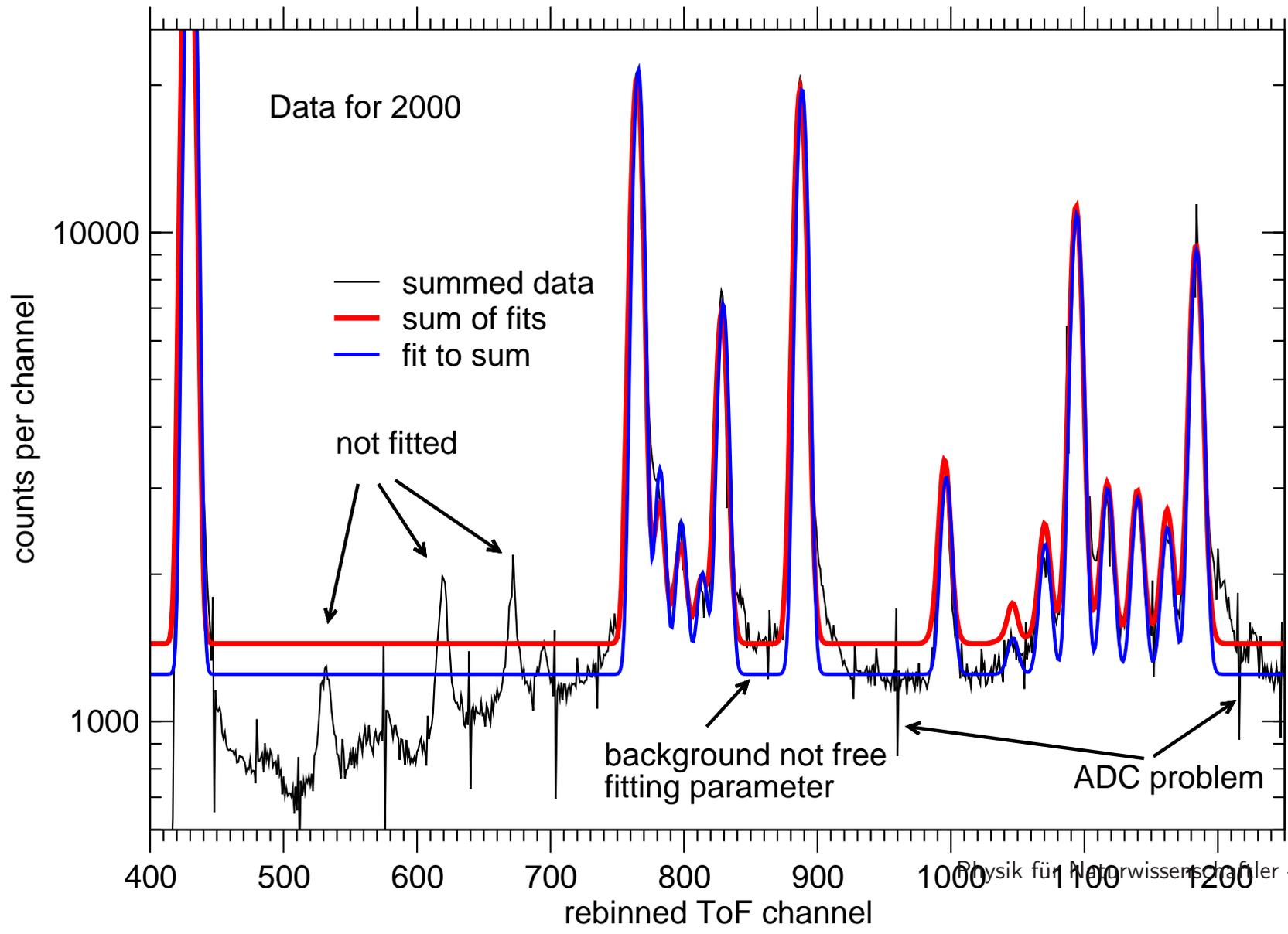
Minimales $\Delta n = 1$, damit n und e bekannt.

$$\implies e = 1.60217653 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

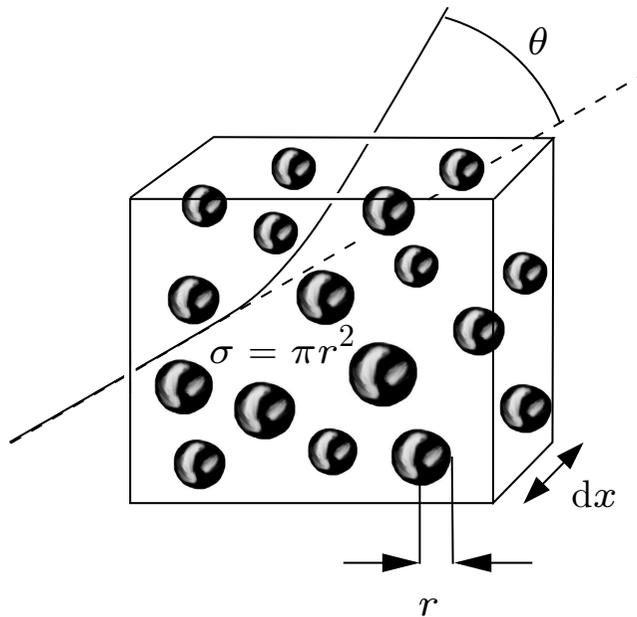
Atomare Massen



Bestimmung der Masse einzelner Atome mittels Massenspektrometern. Links ein Beispiel eines weltraum-gestützten isochronen Flugzeitmassenspektrometers, SWIMS, auf der NASA Mission ACE (Advanced Composition Explorer, Start 1997). Es weist eine Auflösung von $m/\Delta m \sim 100$ auf, wie auf der folgenden Folie gesehen werden kann. Herkömmliche Massenspektrometer in irdischen Labors haben Auflösungen $m/\Delta m$ von mehreren Tausend.



Integraler Streuquerschnitt



Integraler Streuquerschnitt σ definiert als Fläche um Streuzentrum herum, durch die ein Teilchen fliegen muss, um um einen Winkel θ oder mehr gestreut zu werden.

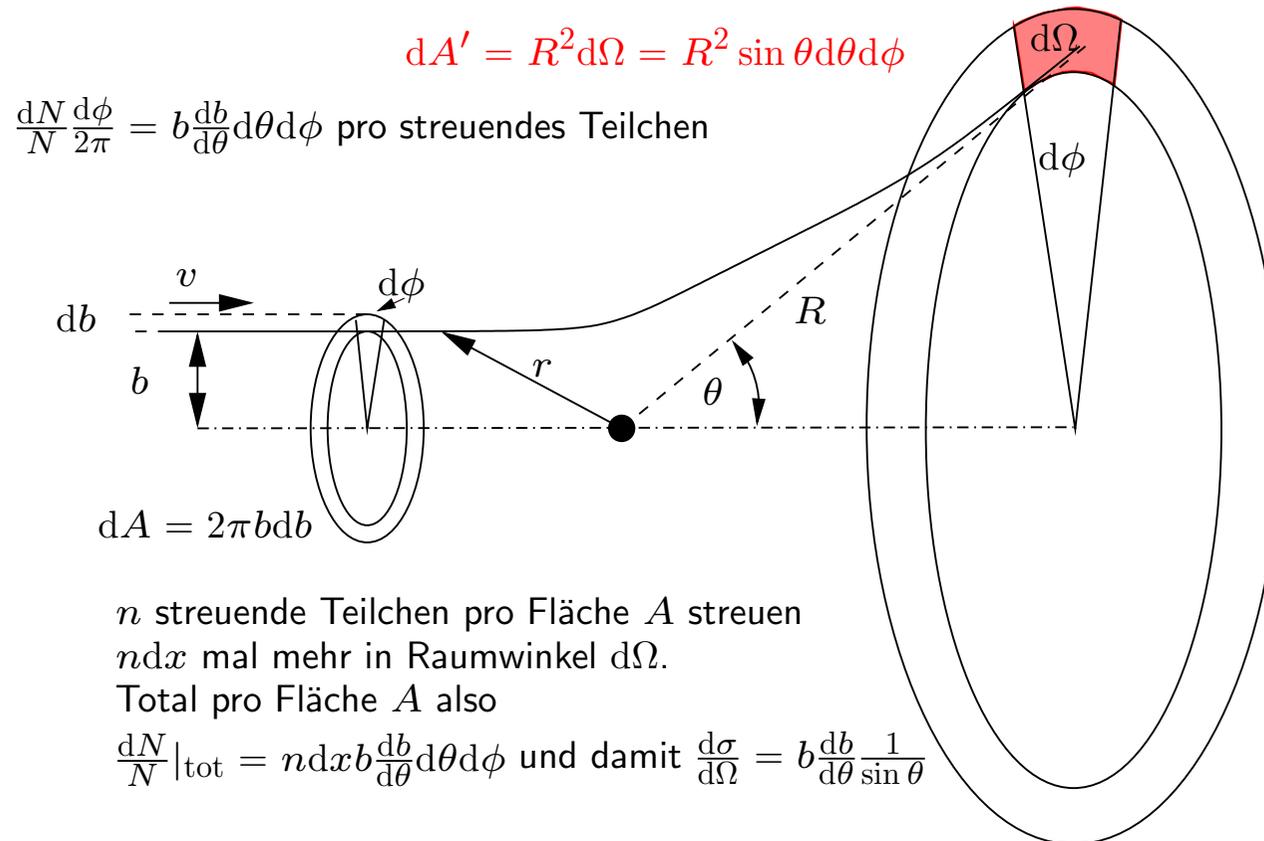
$$d\dot{N} = -\dot{N} \cdot \sigma \cdot n \cdot dx$$

Also folgt

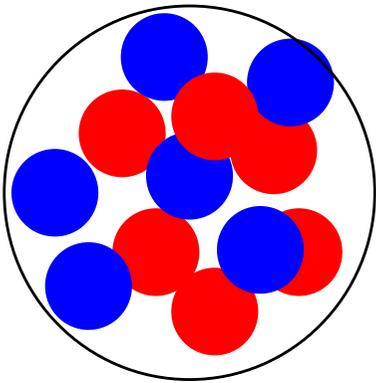
$$\begin{aligned}\dot{N} &= \dot{N}_0 \cdot e^{-n\sigma x}, \quad \text{wo} \\ \dot{N}_0 &= \dot{N}(x=0).\end{aligned}$$

Mittlere freie Weglänge $\Lambda \doteq 1/(n\sigma)$.

Streuung in $d\Omega$: Differentieller Streuquerschnitt



Das Thomsonsche Atommodell



Atom aus positiv und negativ geladenen Elementarteilchen zusammengesetzt. Es ist bekannt, dass die Anzahl von Elektronen im Atom ungefähr mit der Hälfte der Massenzahl A skaliert. Damit das Atom elektrisch neutral ist, muss es auch dem Elektron entgegengesetzte Ladungsträger, Protonen, enthalten. Damit beträgt die Kernladungszahl Z ungefähr $A/2$. Atome sind elektrisch sehr neutral - es

würde uns nicht geben, wenn sie es nicht wären. Eine obere Grenze an die elektrische Neutralität kann einfach gefunden werden (Vergleich mit Reibungskraft, die uns nebeneinander im Hörsaal hält, Vergleich mit molekularen Bindungsenergien, bzw. van der Waals Kräften (die Luft wäre zu dünn zum Atmen!)).

Im Thomsonschen Atommodell würde Emission von Licht (elektromagnetischer

Strahlung) durch Vibrationen der angeregten Elektronen im Hintergrundfeld der Protonen erklärt.

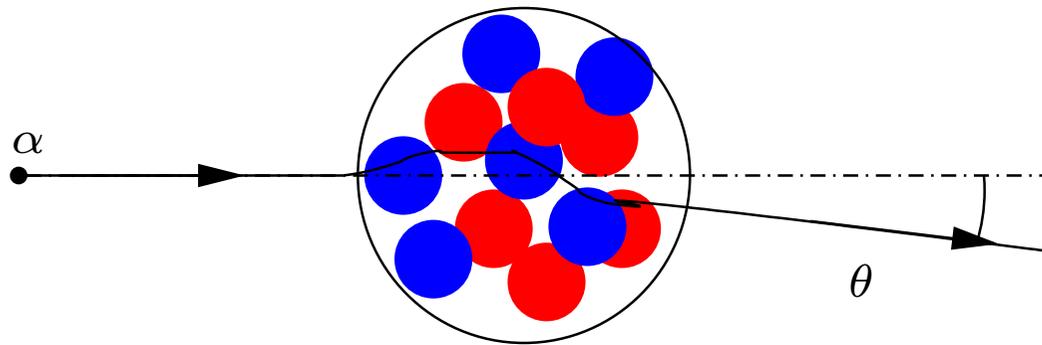
Beispiel: Berechne die Bahn eines Elektrons in einem homogenen Hintergrundfeld eines Thomsonschen Atomkerns.

$$F = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{4\pi}{3} a^3 \right) \frac{\rho e}{a^2}, \quad \text{wo } \rho \text{ die Ladungsdichte ist.}$$

$$F = -\frac{a\rho e}{3\epsilon_0} = -ka$$

also wird das Elektron immer eine harmonische Bewegung im Atom vollführen!
Für einen Atomradius von 10^{-10} m ergibt sich eine Frequenz ν von ca. $2.5 \cdot 10^{15}$ Hz.
Mit $\lambda = c/\nu$ ergibt sich $\lambda \approx 1200 \text{ \AA}$, also ultraviolette Strahlung. Dummerweise ist die Frequenz und damit die Wellenlänge abhängig von der Größe des Atoms und ist damit vollständig definiert. Es besteht keine Möglichkeit, dass ein Stoff (ein Atom) verschiedene Frequenzen (abgesehen von den harmonischen) emittiert.

Streuexperimente



Zur genaueren Untersuchung des Atommodells wurden Streuexperimente durchgeführt, in denen Heliumkerne (Alpha-Teilchen) auf dünne Goldfolien geschossen wurden. Erwartet wurden kleine Ablenkungen der α -Teilchen um einen Winkel, der gemäß dem Prinzip des

random walk (siehe PNW_V10) proportional zur Wurzel der Anzahl streuenden Atome, \sqrt{N} , sein sollte,

$$\sqrt{\langle \Theta^2 \rangle} = \sqrt{N} \cdot \sqrt{\langle \theta^2 \rangle},$$

wo $\sqrt{\langle \Theta^2 \rangle}$ die “root mean square” Ablenkung ist und $\sqrt{\langle \theta^2 \rangle}$ die “root mean square” Ablenkung durch ein einzelnes Atom ist. Man findet für $\sqrt{\langle \theta^2 \rangle} \approx 10^{-4}$ rad.

Beispiel: Geiger und Marsden (1909) fanden mit ca. 10^{-6} m dicken Goldfolien einen mittleren Ablenkwinkel von ca. einem Grad, also etwa $2 \cdot 10^{-2}$ rad. Mit $N \sim 10^{-6}\text{m}/10^{-10}\text{m} \sim 10^4$ folgt eine mittlere Ablenkung pro Atom von ca. 10^{-4} rad, was mit dem Modell übereinstimmt. Mehr als 99% aller α -Teilchen wurden in Winkel kleiner als 3° gestreut, aber die Teilchen, die in größere Winkel gestreut wurden waren viel zu häufig! Die Statistik des random walk sagt uns, dass in ein Winkelintervall $d\Theta$ eine Anzahl

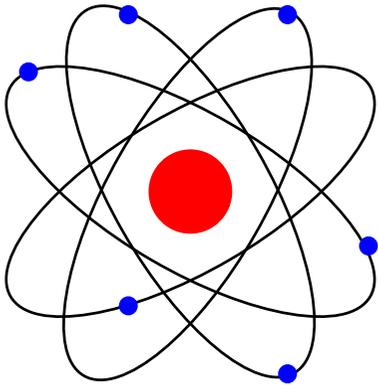
$$N(\theta)d\Theta = \frac{2I\Theta}{\langle \Theta^2 \rangle} e^{-\Theta^2/\langle \Theta^2 \rangle} d\Theta$$

gestreut werden muss. Einsetzen für $\Theta > 90^\circ$

$$\frac{N(\Theta > 90^\circ)}{I} = \frac{\int_{90^\circ}^{180^\circ} N(\Theta) d\Theta}{I} = e^{-(90)^\circ} = 10^{-3500},$$

beobachtet wurden ca. 10^{-4} . Das Modell von Thomson musste falsch sein.

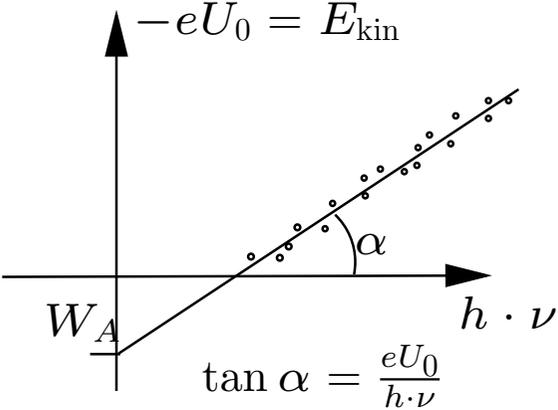
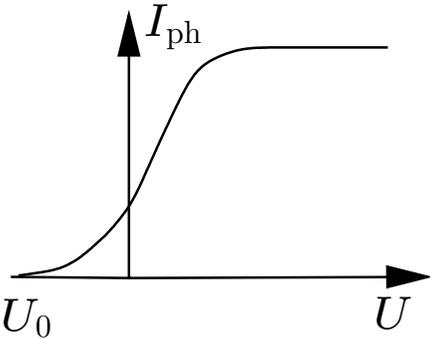
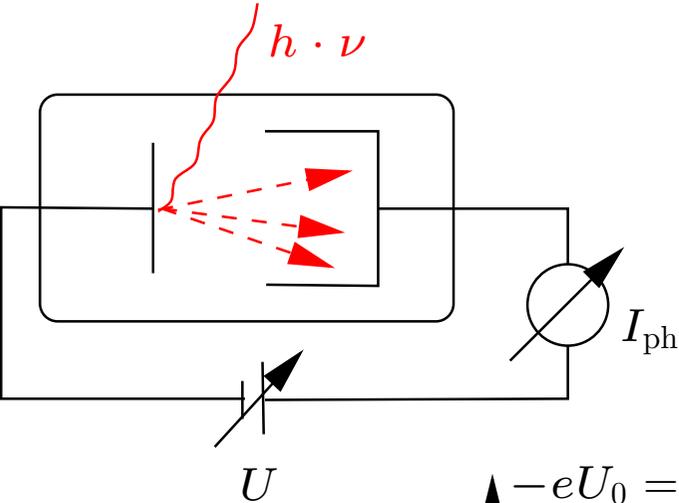
Das Rutherford'sche Atommodell



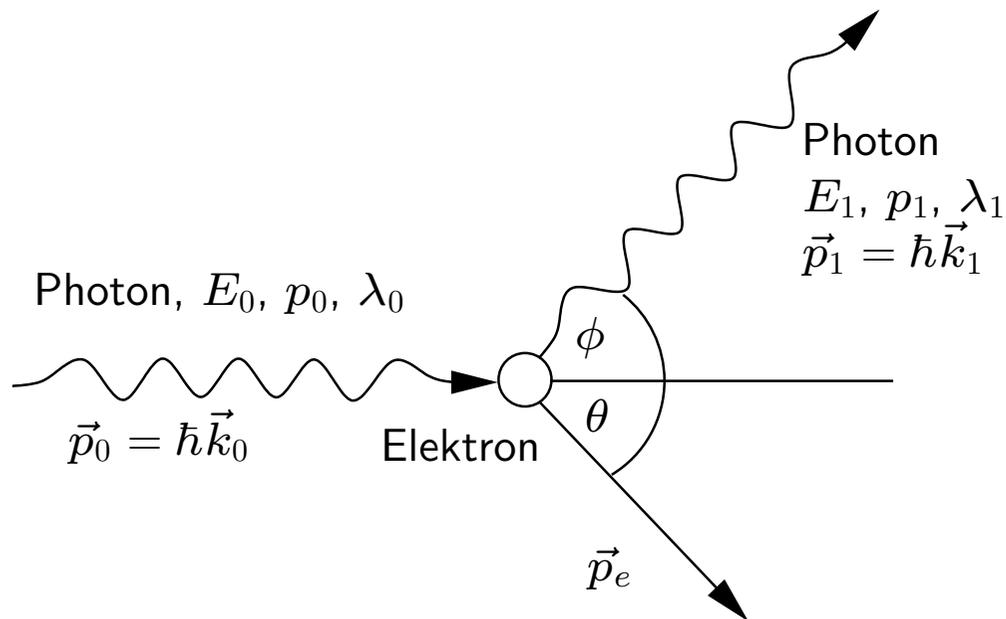
Die Schwierigkeiten mit dem Thomsonschen Atommodell wurden durch die Rutherford'schen Experimente offensichtlich und konnten bald durch das Rutherford'sche Atommodell beseitigt werden. In diesem Modell sind schwere Kerne und leichte Elektronen getrennt.

Der photoelektrische Effekt

Abnahme der negativen Ladung auf einer Platte bei Beleuchtung mit UV-Strahlung. Lichtinduzierte Elektronenemission (Lenard, 1902). Erklärung durch A. Einstein (1905) mit Lichtquantenmodell.



Comptoneffekt



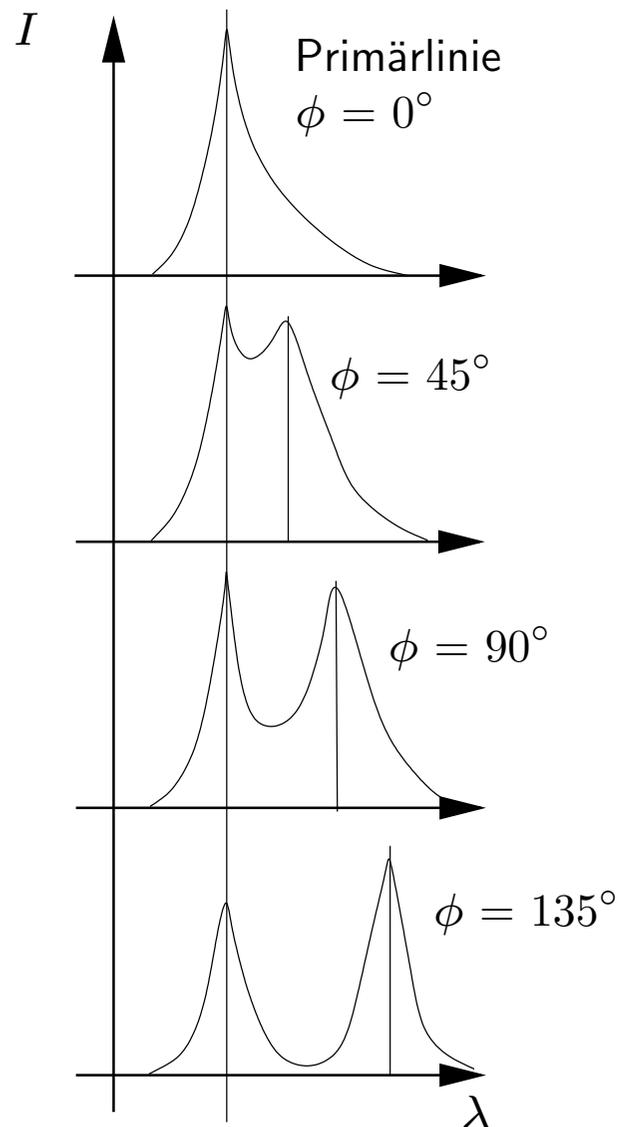
Gestreutes Licht (Röntgen- oder γ -Strahlung) enthält neben λ_0 auch noch längerwellige Komponente!
Energie- und Impulserhaltung:

$$h\nu_0 = h\nu_1 + E_{\text{kin,e}},$$

$$\hbar \vec{k}_0 = \hbar \vec{k}_1 + \vec{p}_e,$$

wo $\hbar \doteq h/2\pi$ und

$$E_{\text{kin,e}} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0 c^2.$$



Aus PNW_V16 wissen wir, dass Licht auch Impuls übertragen kann, der Impuls eines Photons beträgt

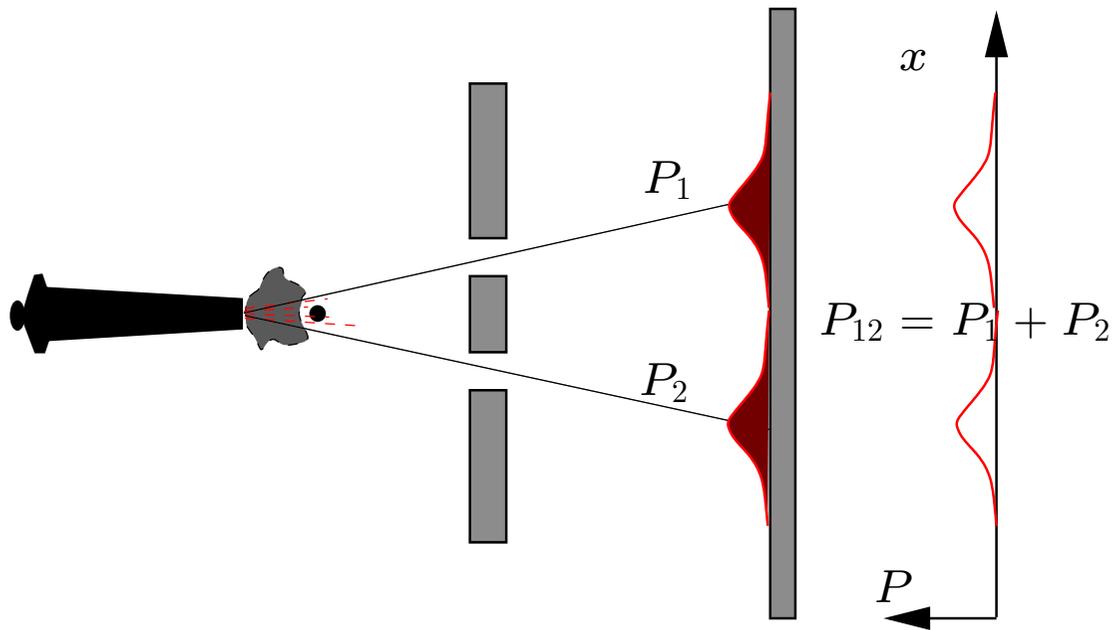
$$|\vec{p}| = \hbar|\vec{k}| = h/\lambda = h\nu/c.$$

Die Berechnung der Compton-Streuformel

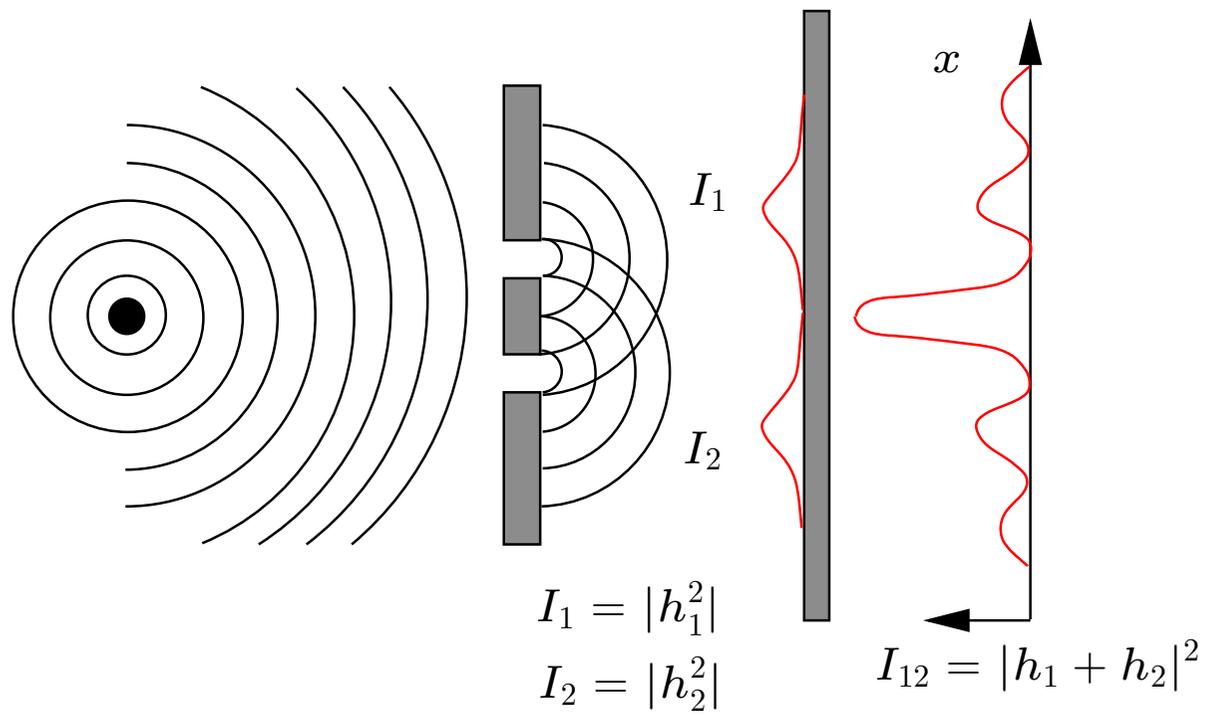
$$\lambda_1 - \lambda_0 = \lambda_c (1 - \cos \phi)$$

erfolgt durch Anwendung der Impuls- und Energieerhaltung und Quadrieren ebendieser. Dabei findet man auch einen Ausdruck für λ_c , die Comptonwellenlänge.

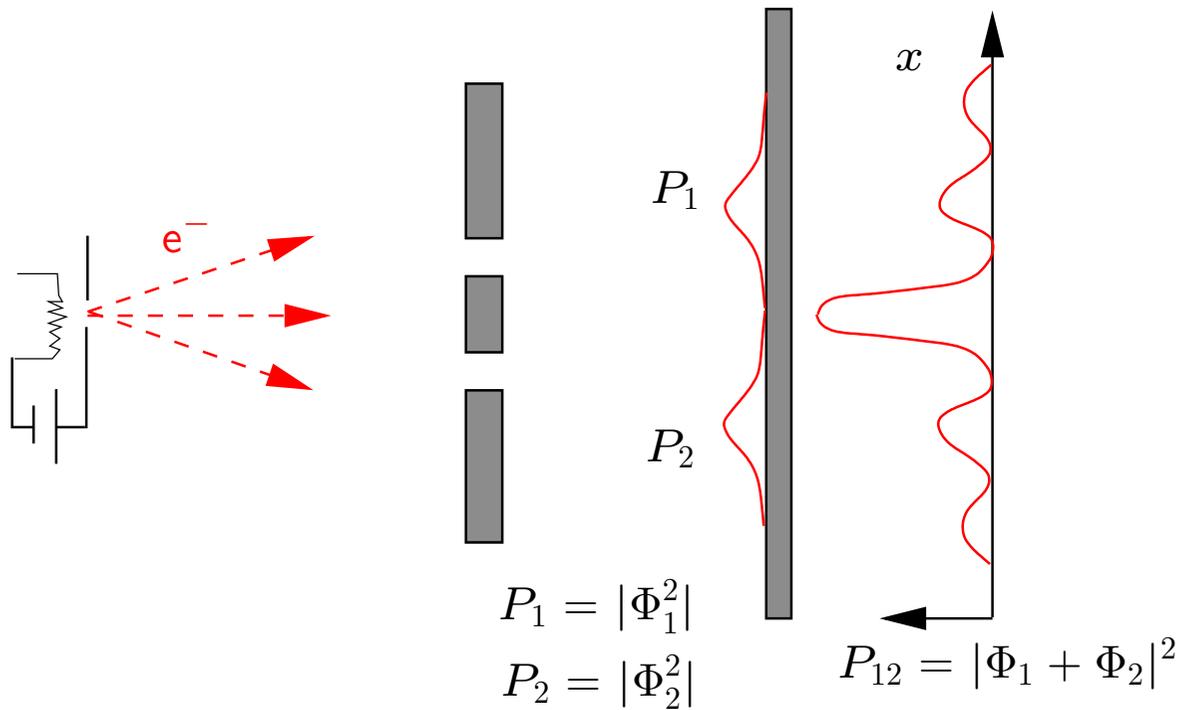
Interferenz mit Kugeln



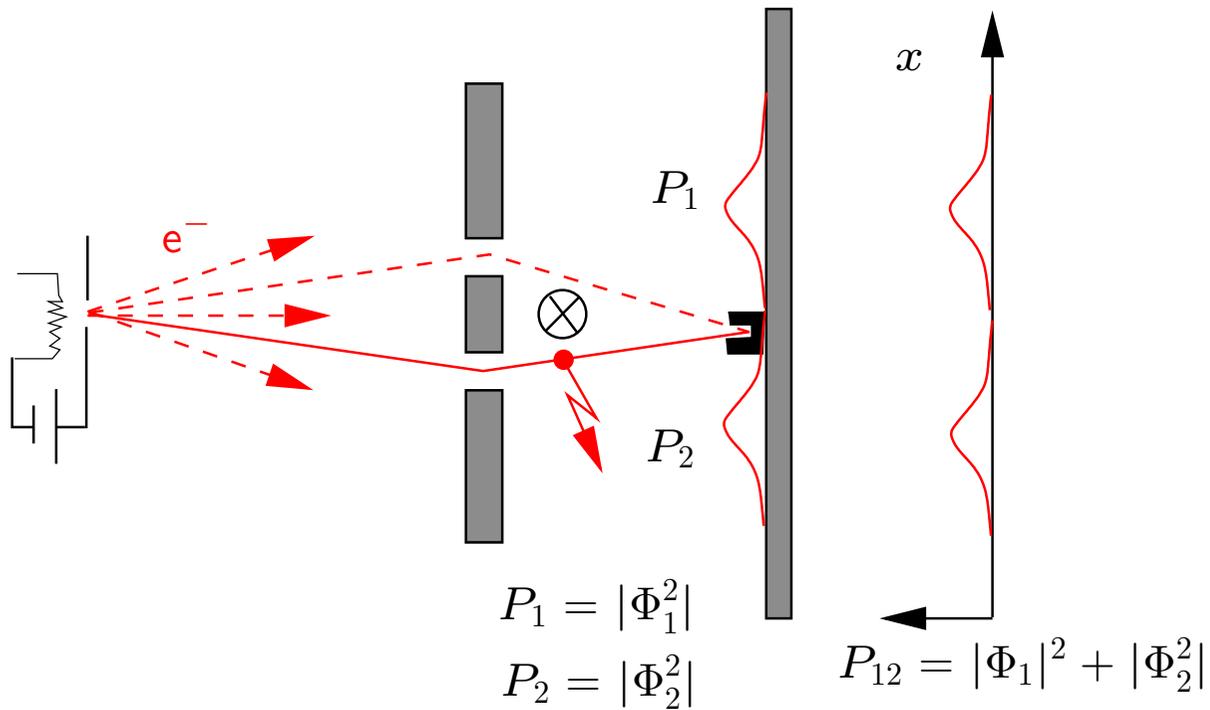
Interferenz mit Wellen



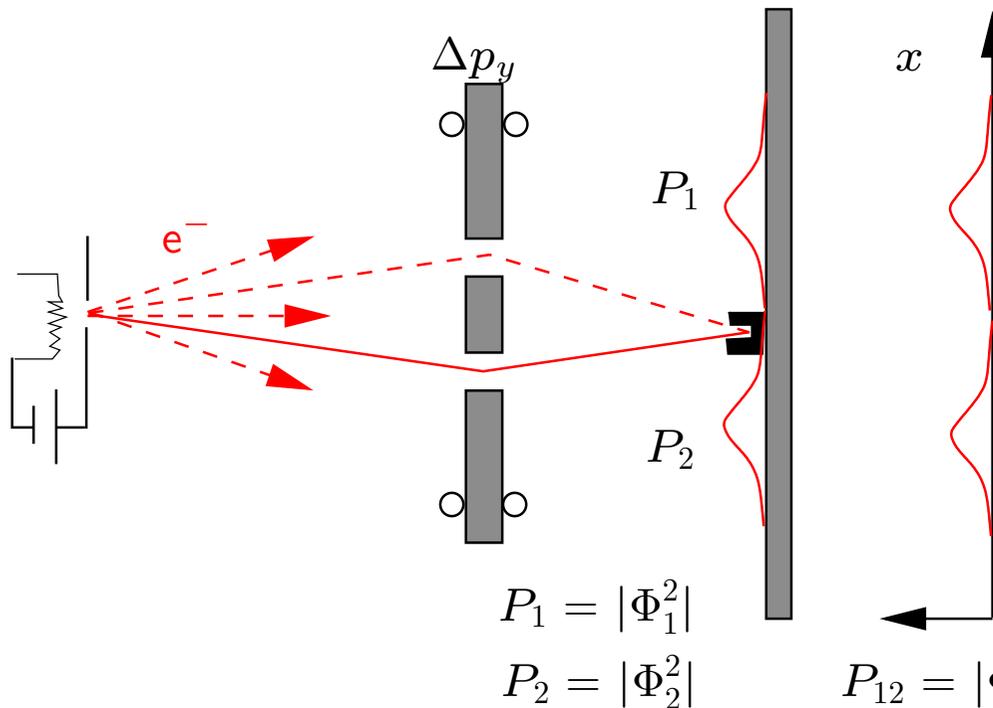
Interferenz mit Elektronen



Bestimmung des Austrittsschlitzes



Die Unschärferelation



“Wir können kein Experiment bauen, welches bestimmen kann, welche Alternative ein Ereignis “wählen” wird, ohne dabei den Interferenzcharakter des ungestörten Resultates zu zerstören.”

$$\Delta p_y \cdot \Delta y \geq h/2$$

“rettet” die Quantenphysik.

de-Broglie Wellenlänge

Louis de Broglie hat in seiner Doktorarbeit 1924 vorgeschlagen, dass Materie auch mit Wellen beschrieben werden kann. Die Wellenlänge des Teilchens müsste dann

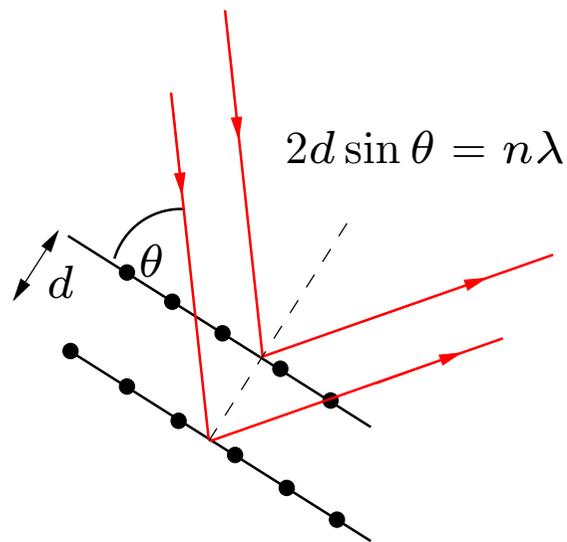
$$\lambda = h/p$$

sein, die sogenannte **de-Broglie Wellenlänge**.

Wir können nun verstehen, warum wir die Interferenzmuster im Kanonenkugalexperiment nicht gesehen haben.

Übung: Bestimmen Sie die de-Broglie Wellenlänge einer Kanonenkugel ($m = 10$ kg, $v = 500$ m/s), eines α -Teilchens der Energie $E = 5$ MeV und des Elektrons eines Wasserstoffatoms (Annahme: $r \approx 1\text{\AA}$).

Beugung von Teilchen

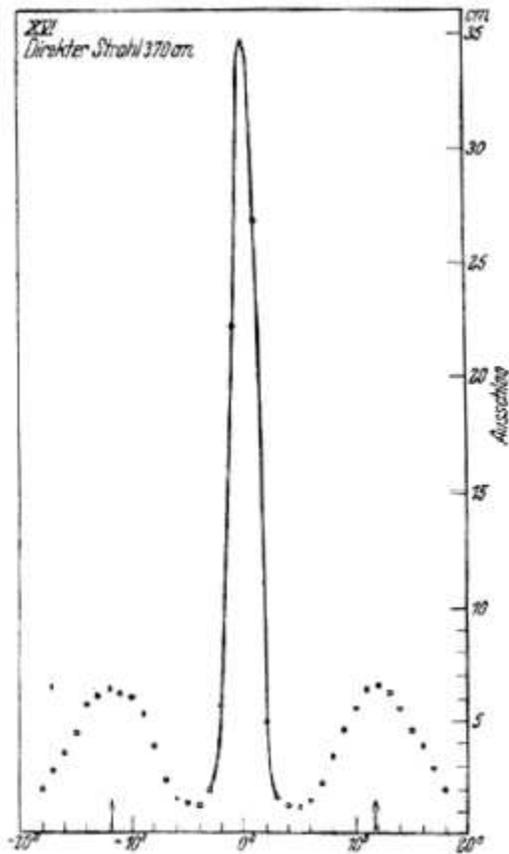


An den Gitterebenen in Kristallen können Wellen (Photonen- oder Teilchenwellen) reflektiert werden. Die reflektierten Wellen sind in Phase, wenn

$$2d \sin \theta = n \lambda \quad \text{für } n = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

Daraus kann aus dem entstehenden Beugungsmuster auf die (kristalline) Struktur des Festkörpers geschlossen werden, was für Untersuchungen von

Festkörpern von außerordentlichem Interesse ist. Bedingung 1 heisst **Bragg-Bedingung**. Man beachte die Definition von θ !



Die Beugung von Elektronen an einem Kristall ist daher durchaus vergleichbar mit der von Röntgenstrahlung (Experiment von Davisson und Germer). Beugungsexperimente werden heute auch mit atomaren Strahlen erfolgreich durchgeführt (siehe Bild links), oder auch mit Neutronen.

Frage: Warum ist dies so interessant? Ich kann doch Festkörper auch mit Licht untersuchen? (Hinweis: de-Broglie-Wellenlänge)

Eine weitere interessante Situation tritt dann auf, wenn der Abstand der Gitterebenen $d < \lambda/2$. In diesem Falle existiert keine Lösung für Gleichung 1 und die Welle kann durch das Medium dringen, ohne reflektiert oder auch gestreut zu werden. Dies kann man z. B. zum Herausfiltern von schnellen Neutronen ausnutzen.

Stabilität eines Atoms

Wir hatten in PNW_V16 gelernt, dass eine beschleunigte Ladung Leistung abstrahlt. Der Betrag des Poynting-Vektors ist

$$S = \frac{q^2 a^2}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3 r^2} \sin^2 \theta = \epsilon_0 c E_{\perp}^2.$$

Die Abstrahlungsrate in alle Richtungen lautet dann

$$R = \int dA S(\theta) = 2\pi r^2 \int_0^{\pi} d\theta S(\theta) \sin \theta = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{2q^2 a^2}{3c^3}.$$

Frage: In welcher Zeit strahlt das Elektron auf einer Kreisbahn seine Energie ab?

Die Beschleunigung ist die Coulombkraft geteilt durch die Masse des Elektrons,

$$a = \frac{F_C}{m_e} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z \cdot e^2}{r^2}.$$

Setzen wir für r den bisher gefundenen Radius $r \approx 1\text{\AA}$ ein, so finden wir $a \approx 10^{22} \text{ m/s}^2$! In den Ausdruck für die Abstrahlungsrate R eingesetzt, finden wir, dass das Elektron ca. 10^{-7} J/s abstrahlt. Dies entspricht etwa

$$R \approx 10^{12} \text{ eV/s},$$

womit die Lebensdauer eines Atoms etwa

$$\tau \approx 10^{-12} \text{ Sekunden}$$

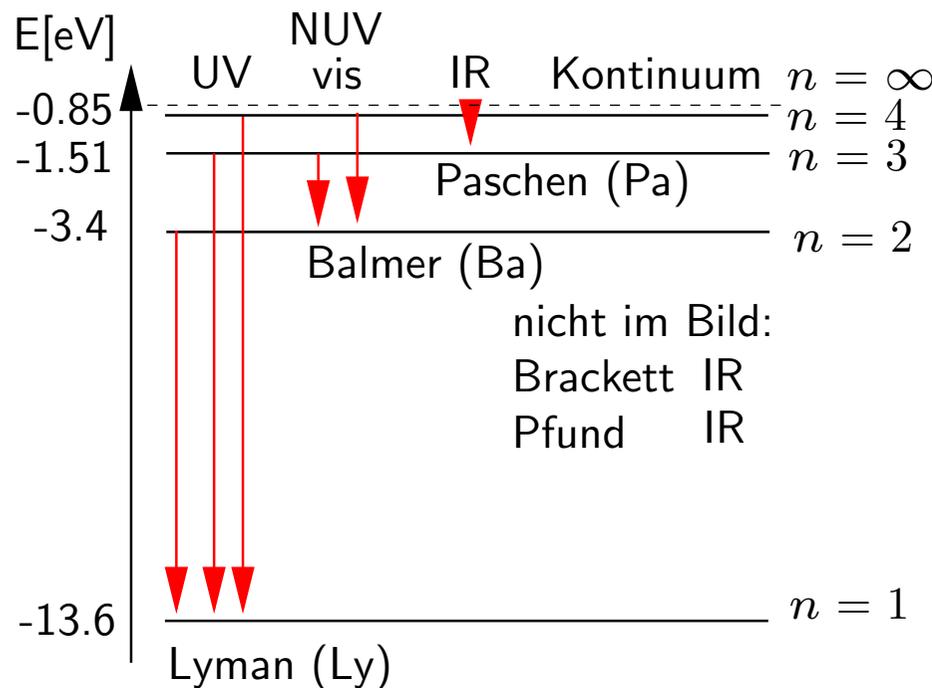
sein müsste. Offensichtlich leben wir länger. . .

Das Bohrsche Atommodell

Niels Bohr 1913 schlug die folgenden **Bohrschen Postulate** vor:

- Elektronen bewegen sich auf Kreisbahnen um den Atomkern und gehorchen der klassischen Physik.
- Der Drehimpuls der Elektronen ist gequantelt, $L = n\hbar$, wo n eine natürliche Zahl ist.
- Das Elektron emittiert trotz seiner beschleunigten Bewegung keine elektromagnetische Strahlung.
- Springt das Elektron von einer höheren Bahn der Energie E_i in eine niedrigere Bahn der Energie E_f ("Quantensprung") so emittiert es die Energie $\Delta E = E_i - E_f$, die Frequenz der Strahlung ist $\nu = \Delta E/h$.

Energieniveaux im Bohrschen Atommodell



Nach der Voraussage der Bohrschen Atomtheorie musste es neben der Balmer-Serie auch andere Emissionslinien, allerdings im Ultravioletten und im Infraroten geben. Diese wurden von Lyman, Paschen, Brackett und Pfund gefunden. Das Bild links beschreibt die Entstehung der Serien und heisst **Termsschema**.

Serie	Typ	Formel	n
Lyman	UV	$\kappa = R_H \left(1/1^2 - 1/n^2 \right)$	$n = 2, 3, 4, \dots$
Balmer	UV, vis.	$\kappa = R_H \left(1/2^2 - 1/n^2 \right)$	$n = 3, 4, 5, \dots$
Paschen	IR	$\kappa = R_H \left(1/3^2 - 1/n^2 \right)$	$n = 4, 5, 6, \dots$
Brackett	UV	$\kappa = R_H \left(1/4^2 - 1/n^2 \right)$	$n = 5, 6, 7, \dots$
Pfund	UV	$\kappa = R_H \left(1/5^2 - 1/n^2 \right)$	$n = 6, 7, 8, \dots$

Größe des Bohrschen Atoms

Die Größe des Bohrschen Atoms lässt sich leicht abschätzen:

$$\frac{\mu v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2}, \quad \text{wo } \mu = \frac{m_e \cdot m_p}{m_p + m_e} \quad (\text{reduzierte Masse})$$

$$L = \mu v r = n\hbar, \quad \text{folglich } v = \frac{n\hbar}{\mu r}$$

$$r = \frac{Ze^2 4\pi^2 \mu^2 r^2}{4\pi\epsilon_0 \mu n^2 h^2} \implies r = \frac{n^2}{Z} \cdot \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi \mu e^2}.$$

Der Term

$$a_0 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi \mu e^2} \approx 0.529 \text{ \AA}$$

heißt **Bohr-Radius**.

Energieniveaux im Bohrschen Atom

Im Bohratom gilt für ein Elektron auf einer Kreisbahn wegen $F_{Z\text{entri}} = F_{\text{Coulomb}}$

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = -\frac{1}{2}E_{\text{pot}} + E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n},$$

wo

$$r_n = \frac{n^2 \epsilon_0 h^2}{Z \pi \mu e^2}.$$

Damit

$$E = -\frac{1}{8\epsilon_0} \frac{Z^2 e^4 \mu}{h^2 n^2} = -R_y^* \frac{Z^2}{n^2}, \quad \text{wo} \quad R_y^* = \frac{\mu e^4}{8\epsilon_0^2 h^2}$$

von μ abhängig ist. Um eine einheitliche Konstante zu erhalten, wird oft $R_{y\infty}$ verwendet, die Rydbergkonstante für unendlich schwere Kerne (bzw. Elektronen mit $m_e = 0$).

Frequenz der emittierten Strahlung

Nach dem dritten Bohrschen Postulat gilt

$$\nu_{if} = \frac{E_i - E_f}{h} = -\frac{Z^2 R_y^*}{h} \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right).$$

Diese Frequenz unterscheidet sich für Isotope desselben Elementes, denn

$$\nu_{if} = \frac{\mu e^4 Z^2}{8\epsilon_0 h^3} \left(\frac{1}{n_f} - \frac{1}{n_i^2} \right),$$

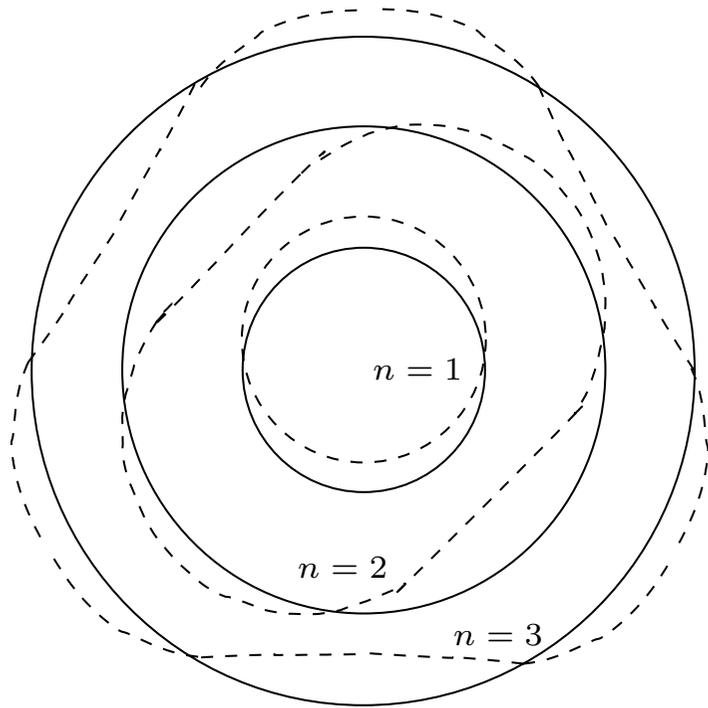
wo z. B. für Wasserstoff, Deuterium und Tritium

$$\mu_H = \frac{m_e \cdot m_p}{m_p + m_e} = \frac{m_e}{1 + \frac{m_e}{m_p}} \approx m_e \left(1 - \frac{m_e}{m_p} \right),$$

$$\mu_D = \frac{m_e \cdot 2m_p}{2m_p + m_e} = \frac{m_e}{1 + \frac{m_e}{2m_p}} \approx m_e \left(1 - \frac{m_e}{2m_p} \right),$$

$$\mu_T = \frac{m_e \cdot 3m_p}{3m_p + m_e} = \frac{m_e}{1 + \frac{m_e}{3m_p}} \approx m_e \left(1 - \frac{m_e}{3m_p} \right).$$

Die Interpretation von de Broglie



De Broglie gab eine weitere Interpretation für die Bohrsche Quantisierungsregel. Mit

$$L = mvr = pr = \frac{h}{\lambda_D} r = n\hbar = \frac{nh}{2\pi}$$

sehen wir unmittelbar, dass nur solche Kreisbahnen des Elektrons in Frage kommen, welche einen Umfang haben, welcher gerade ein Vielfaches der de-Broglie Wellenlänge λ_D des Elektrons betragen. Dies bedeutet nichts anderes, als dass nur solche Bahnen in Frage kommen, in denen die

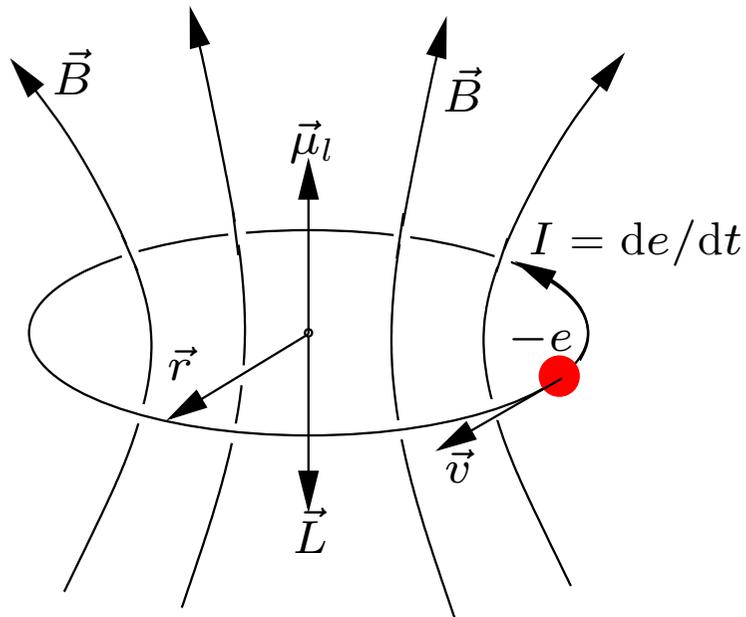
Wahrscheinlichkeitsamplitude des Elektrons im atomaren Potential einen **stehende Welle** bildet.

Probleme mit dem Bohrschen Atommodell

Trotz der Erfolge der “alten Quantentheorie” (wie z. B. die hier nicht erwähnte Erklärung der Wärmekapazität von Festkörpern bei tiefen Temperaturen, gibt es Gründe zu glauben, dass die Reise hier noch nicht beendet ist:

- Wir können nur Systeme beschreiben, die periodisch sind.
- Wir können die unterschiedlichen Übergangswahrscheinlichkeiten nicht erklären.
- Wir können nur “Ein-Elektron-Atome” wie die Alkali-Metalle Li, Na, K, Rb und Cs beschreiben.
- Die alte Quantentheorie ist eine eigenartige und unbefriedigende Mischung aus moderner und klassischer Physik.

Das Bohrsche Magneton



Das magnetische Moment $\vec{\mu}_l$ eines stromdurchflossenen Leiters ist gleich $I \cdot \vec{A}$, wo I der Strom und \vec{A} die Flächennormale der eingeschlossenen Fläche ist. Nach der Figur links gilt

$$\vec{\mu}_l = \frac{-ev}{2\pi r} \pi r^2 = -\frac{1}{2} e v r, \quad \text{mit } \vec{L} = m \vec{v} \times \vec{r}$$

$$\frac{\mu_l}{L} = \frac{-evr}{2mvr} = -\frac{e}{2m} \quad \text{bzw.} \quad \vec{\mu}_l = -\frac{e}{2m} \vec{L},$$

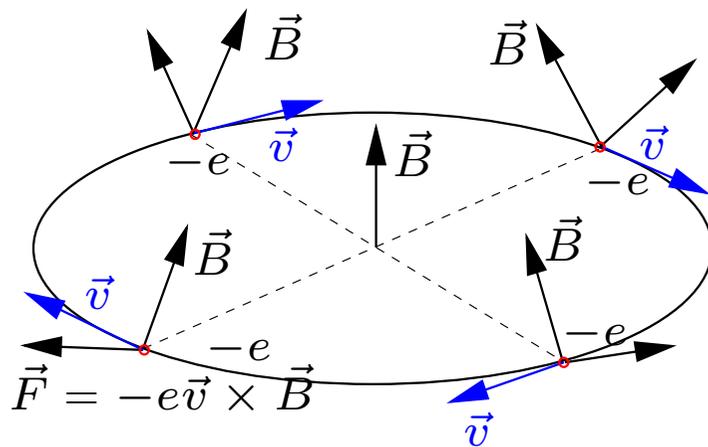
was unabhängig von r und v ist. Wir betrachten nun einen magnetischen Dipol in einem externen Magnetfeld. Seine potentielle

Energie ist

$$\begin{aligned} E_{\text{pot}} &= -\vec{\mu}_l \cdot \vec{B} = \frac{e}{2m} \vec{L} \cdot \vec{B} = \frac{e}{2m} l \hbar B, \\ &= \frac{e \hbar}{2m} l B = \mu_B l B, \end{aligned}$$

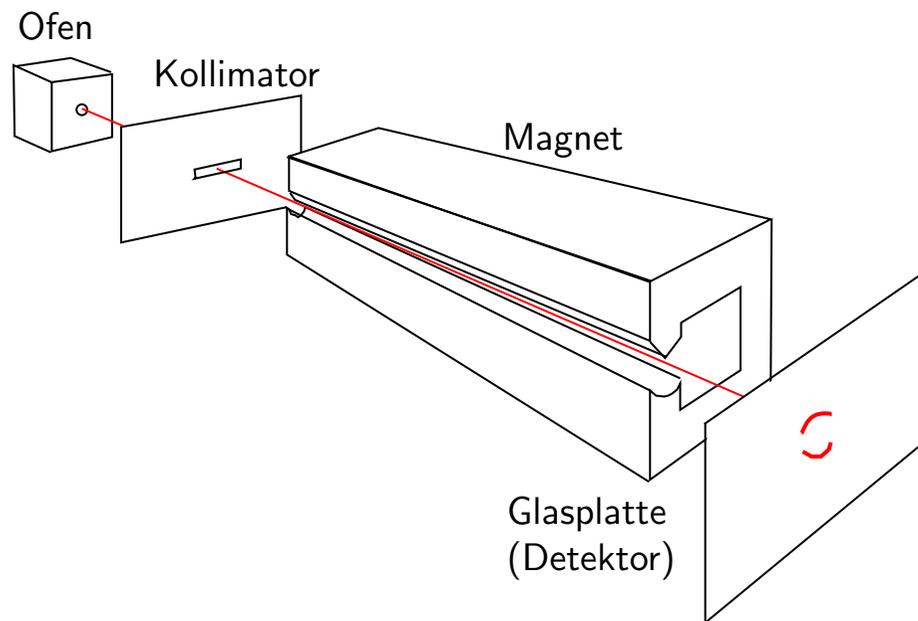
wo $L = l \hbar$ und $\mu_B = 9.274 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$ das **Bohrsche Magneton** ist.

Dipol im inhomogenen Magnetfeld



Wie aus der Figur links hervorgeht, wirkt auf ein Elektron in einem inhomogenen Magnetfeld netto eine Kraft in Richtung des Gradienten des Magnetfeldes. Die radialen Komponenten der Lorentzkraft heben sich über einen Orbit auf, übrig bleibt nur noch die Drift in Richtung $\vec{\nabla} \vec{B}$.

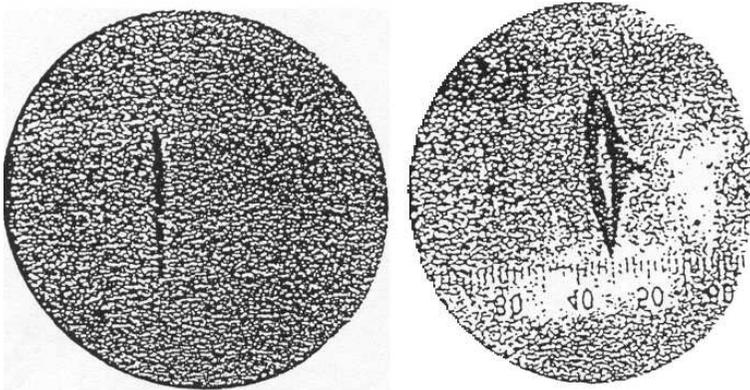
Der Versuch von Stern-Gerlach



Stern und Gerlach haben 1921 das links dargestellte Experiment durchgeführt. In einem Ofen wurden Silberatome verdampft, die dann kollimiert durch ein inhomogenes Magnetfeld geflogen sind. Anschließend wurden sie auf einer Glasplatte aufgefangen. Bei ausgeschaltetem Magnetfeld ergab sich das aus der klassischen Physik erwartete Bild eines unabgelenkten Atomstrahls. Wurde der Magnet eingeschaltet, wurde der Strahl auf zwei Maxima verteilt.

Atomstrahls. Wurde der Magnet eingeschaltet, wurde der Strahl auf zwei Maxima verteilt.

Interpretation des Stern-Gerlach Versuchs I



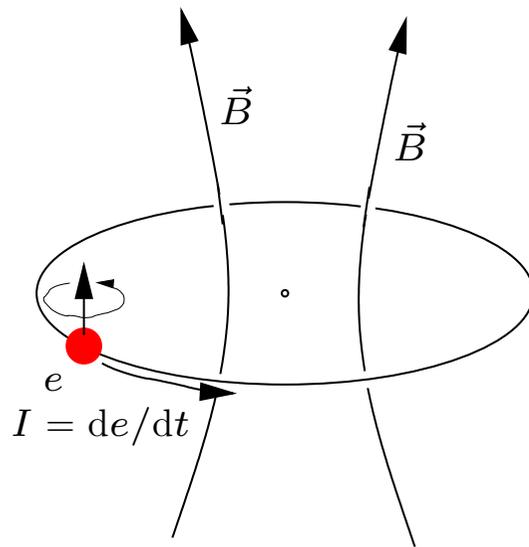
Hätten Silberatome im Grundzustand¹ einen Netto-Bahndrehimpuls, so hätten sie auch ein magnetisches Moment. Dieses könnte nach der klassischen Physik für jedes Atom in eine beliebige Richtung orientiert sein. Wir würden also erwarten, dass der Strahl aufgeweitet würde und als Fleck erscheinen sollte. Silberatome im

Grundzustand haben kein magnetisches Moment. Der erwartete Fleck spaltet sich für **alle** Orientierungen des Apparates in **zwei** Komponenten auf, wie die Originalabbildung von Stern und Gerlach (1922) zeigt. Andere Atome zeigen auch Aufspaltungen in mehr Komponenten. Ein Hintereinanderschalten von mehreren Stern-Gerlach Apparaten auf die aufgespalteten Komponenten erzeugt keine weitere Aufspaltung.

¹Frage: Warum sollten sie im Grundzustand sein?

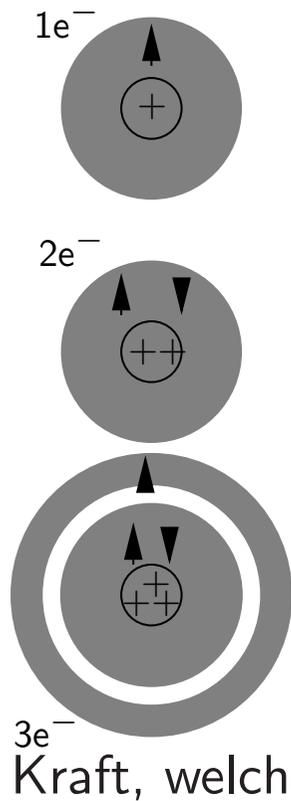
Der Spin

Bereits Compton hatte 1921 die Idee des Elektronenspins eingeführt. Im letzten Satz einer Publikation über die Streuung von Röntgenstrahlung durch Atome schrieb er: "May I then conclude that the electron itself, spinning like a tiny gyroscope, is probably the ultimate magnetic particle."



Zwei Doktoranden, Goudsmit und Uhlenbeck, erklärten die Feinstruktur im Wasserstoffatom und anderen Atomen durch die Einführung des Elektronenspins. Er führt zu einem intrinsischen magnetischen Moment des Elektrons, welches mit dem durch seine Bahn entstehenden Magnetfeld wechselwirkt, die sog. Spin-Bahn-Kopplung.

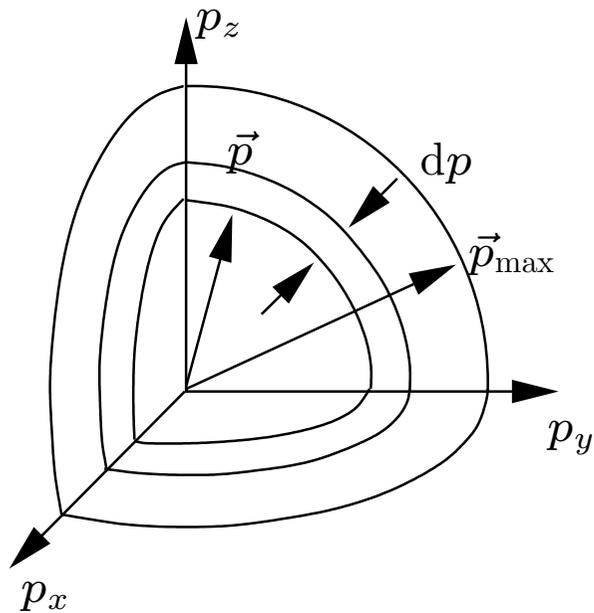
Das Pauli-Prinzip



Elektronen haben einen halbzahligen Spin und gehören zur Familie der **Fermionen**. Das **Pauli-Prinzip** besagt, dass zwei Fermionen nicht denselben Zustand einnehmen können. Für den Aufbau der Atome ist dies von großer Bedeutung und macht sich bereits im Heliumatom bemerkbar. Das Heliumatom im Grundzustand muss zwei Elektronen mit antiparallelem Spin haben. Die beiden Elektronen können nicht denselben Spin haben. Das nächst-schwerere Element, Lithium, mit seinem dreifach geladenen Kern, muss selbst im Grundzustand eine noch kompliziertere Struktur aufweisen.

Selbst ein sehr starkes Magnetfeld könnte nicht beide Elektronenspins im Heliumatom parallel richten. Offenbar wirkt eine äußerst starke Kraft, welche die Spins antiparallel ausrichtet.

Anwendung: Entartungsdruck



Das Pauli-Prinzip führt bei niedrigen Temperaturen oder bei hohen Drücken zur sogenannten “Entartung” der Materie. Hier wollen wir als Beispiel die Entartung des Elektronengases in einem Stern betrachten. Nach der Unschärferelation braucht ein Elektron ein Phasenraumvolumen

$$\Delta\Omega = \Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z \cdot \Delta x \Delta y \Delta z = h^3.$$

Wegen des Pauli-Prinzips kann sich in einem solchen Phasenraumvolumen nur ein Elektronpaar mit antiparallelem Spin aufhalten, nach der klassischen Physik gäbe es keine Beschränkung. Die Zustandsgleichung des Elektronengases lässt sich nun leicht bestimmen. In einem Volumen V befinden

sich $n \cdot V$ Elektronen, im Impulsraum füllen sie gleichförmig eine Kugel mit Radius des maximalen Impulses, bzw. der Fermi-Energie $E_F = p_{\max}^2/2m_e$ auf, also

$$n \cdot V = \frac{2}{h^3} \cdot V \cdot \frac{4\pi}{3} p_{\max}^3, \quad \text{bzw.} \quad p_{\max} = \sqrt{2mE_F} = h \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{1/3}.$$

Der Druck ist nun $P = (2/3)n\bar{E}$, wo \bar{E} die mittlere Energie pro Elektron ist. Nach der entsprechenden Figur gibt es $n(E) = 4\pi p^2 dp$ Elektronen im Impulsintervall $[p, p + dp]$, bzw. nach $E = p^2/(2m)$ im Energieintervall $[E, E + dE]$. Damit

$$\bar{E} = \frac{4\pi \int_0^{p_{\max}} dp E p^2}{4\pi \int_0^{p_{\max}} dp p^2} = \frac{3 p_{\max}^2}{5 \cdot 2m} = \frac{3}{5} E_F.$$

Die Zustandsgleichung lautet nun

$$P = \frac{2}{3}n\bar{E} = \frac{2}{3}n\frac{3}{5}E_F = \frac{2}{5}nE_F = \frac{8\pi h^2}{15m} \left(\frac{3n}{8\pi}\right)^{5/3}.$$

Die Temperatur kommt überhaupt nicht mehr vor! Setzen wir typische Zahlen für einen Weissen Zwerg ein, $n \approx 10^{30}\text{cm}^{-3} = 10^{36}\text{m}^{-3}$, so erhalten wir

$$P \approx \frac{5(6.6 \cdot 10^{-34})^2}{3 \cdot 9 \cdot 10^{-31}} \left(\frac{3n}{8\pi}\right)^{5/3} \approx \frac{25}{3}10^{-37} \frac{1}{35}10^6 \approx \frac{1}{21}10^{23} \text{ Pa} \approx 10^{17} \text{ bar}.$$

Auch Leitungselektronen in Festkörpern sind entartet, typische Werte sind $n_e \approx 10^{22}\text{cm}^{-3}$ und $E_F \approx 3\text{eV}$, der Druck beträgt also $P \approx 3 \cdot 10^9\text{Pa}$, bzw. $P \approx 3 \cdot 10^4\text{bar}$!

Das Periodensystem der Elemente

Wir können nun den Aufbau des Periodensystems der Elemente verstehen, welches in den Jahren 1868 - 1871 von Mendelejew und Meyer unabhängig und ohne Kenntnisse der Atomphysik entwickelt wurde. Sie ordneten alle bekannten chemischen Elemente nach steigenden Atomgewichten und teilten sie in Zeilen und Spalten, so dass die chemisch ähnlichen Elemente untereinander in einer Spalte stehen. Die sieben Zeilen heißen Perioden.

Der Aufbau ist aus heutiger Sicht einfach zu verstehen, wenn man zwei Prinzipien für das Besetzen von Elektronenschalen beherrscht: Das Pauli-Prinzip und die Minimierung der Energie. Für H und He reicht die K-Schale aus. Für Li bis Ne wird sukzessive die L-Schale aufgefüllt ($n = 2$, 8 Elektronen), wobei zuerst die s-Unterschale vollständig gefüllt wird; für Na bis Ar wird die M-Schale angebraucht

($n = 3$, Platz für 18 Elektronen), auch hier wieder wird zuerst die s-Unterschale gefüllt.

Wenn nicht Prinzip 2 wäre, würde sich das Muster des Schalenfüllens so fortsetzen. Es ist aber energetisch günstiger, vorerst ein paar Elektronen in der N-Schale unterzubringen (K und Ca (4s-Zustand)) und erst dann die M-Schale fertig aufzufüllen. Dies wiederholt sich mit der N-Schale, wo es nach Auffüllen der 4p-Unterschale energetisch günstiger ist, die 5s-Unterschale aufzufüllen, bevor die N-Schale fertiggefüllt wird. Ähnliches geschieht mit der O-Schale.

Prinzip 2 sagt uns auch, dass beim Auffüllen die Energie minimiert werden soll. Dies bedeutet, dass die p-Unterschalen und höhere zuerst mit Elektronen mit parallelem Spin aufgefüllt werden. Die **Hundsche** Regel sagt prägnant, dass im Grundzustand des Atoms der Gesamtspin den größtmöglichen mit dem Pauliprinzip verträglichen Wert haben muss.

Periodensystem der Elemente

	1											18						
1	1 H Wasserstoff 1,0079 u 1																	2 He Helium 4,0026 u 2
2	3 Li Lithium 6,941 u 2/1	4 Be Beryllium 9,0122 u 2/2															10 Ne Neon 20,179 u 2/8	
3	11 Na Natrium 22,99 u 2/8/1	12 Mg Magnesium 24,305 u 2/8/2															18 Ar Argon 39,948 u 2/8/8	
4	19 K Kalium 39,098 u 2/8/8/1	20 Ca Calcium 40,08 u 2/8/8/2	21 Sc Scandium 44,956 u 2/8/9/2	22 Ti Titan 47,90 u 2/8/10/2	23 V Vanadium 50,942 u 2/8/11/2	24 Cr Chrom 51,996 u 2/8/13/1	25 Mn Mangan 54,938 u 2/8/13/2	26 Fe Eisen 55,847 u 2/8/14/2	27 Co Kobalt 58,933 u 2/8/15/2	28 Ni Nickel 58,71 u 2/8/16/2	29 Cu Kupfer 63,546 u 2/8/18/1	30 Zn Zink 65,38 u 2/8/18/2	31 Ga Gallium 69,735 u 2/8/18/3	32 Ge Germanium 72,59 u 2/8/18/4	33 As Arsen 74,922 u 2/8/18/5	34 Se Selen 78,966 u 2/8/18/6	35 Br Brom 79,904 u 2/8/18/7	36 Kr Krypton 83,80 u 2/8/18/8
5	37 Rb Rubidium 85,458 u 2/8/18/1	38 Sr Strontium 87,62 u 2/8/18/2	39 Y Yttrium 88,906 u 2/8/18/9/2	40 Zr Zirkonium 91,22 u 2/8/18/10/2	41 Nb Niob 92,906 u 2/8/18/12/1	42 Mo Molybdän 95,94 u 2/8/18/13/1	43 Tc Technetium 98,91 u 2/8/18/13/2	44 Ru Ruthenium 101,07 u 2/8/18/15/1	45 Rh Rhodium 102,91 u 2/8/18/16/1	46 Pd Palladium 106,4 u 2/8/18/18/0	47 Ag Silber 107,87 u 2/8/18/18/1	48 Cd Cadmium 112,41 u 2/8/18/18/2	49 In Indium 114,82 u 2/8/18/18/3	50 Sn Zinn 118,69 u 2/8/18/18/4	51 Sb Antimon 121,75 u 2/8/18/18/5	52 Te Tellur 127,60 u 2/8/18/18/6	53 I Iod 126,90 u 2/8/18/18/7	54 Xe Xenon 131,30 u 2/8/18/18/8
6	55 Cs Cäsium 132,91 u 2/8/18/18/8/1	56 Ba Barium 137,33 u 2/8/18/18/8/2	57-71 siehe unten	72 Hf Hafnium 178,49 u 2/8/18/32/10/2	73 Ta Tantal 180,95 u 2/8/18/32/11/2	74 W Wolfram 183,85 u 2/8/18/32/12/2	75 Re Rhenium 186,21 u 2/8/18/32/13/2	76 Os Osmium 190,2 u 2/8/18/32/14/2	77 Ir Iridium 192,22 u 2/8/18/32/15/2	78 Pt Platin 195,09 u 2/8/18/32/17/1	79 Au Gold 196,97 u 2/8/18/32/18/1	80 Hg Quecksilber 200,59 u 2/8/18/32/18/2	81 Tl Thallium 204,37 u 2/8/18/32/18/3	82 Pb Blei 207,19 u 2/8/18/32/18/4	83 Bi Wismut 208,98 u 2/8/18/32/18/5	84 Po Polonium 208,98 u 2/8/18/32/18/6	85 At Astatin (210 u) 2/8/18/32/18/7	86 Rn Radon (222 u) 2/8/18/32/18/8
7	87 Fr Francium (223 u) 2/8/18/32/18/8/1	88 Ra Radium 226,03 u 2/8/18/32/18/8/2	89-103 siehe unten	104 Rf Rutherford. (261 u) 2/8/18/32/32/10/2	105 Ha Hahnium (262 u) 2/8/18/32/32/11/2	106 Sg Seaborgium (263 u) 2/8/18/32/32/12/2	107 Bh Bohrium (262 u) 2/8/18/32/32/13/2	108 Hs Hassium (265 u) 2/8/18/32/32/14/2	109 Mt Meitnerium (266 u) 2/8/18/32/32/15/2	110 Ds Darmstadt. (269 u) 2/8/18/32/32/17/1	111 Rg Röntgenium (272 u) 2/8/18/32/32/18/1	112 Uub Ununbium (277 u) 2/8/18/32/32/18/2	113 Uut Ununtrium (287 u) 2/8/18/32/32/18/3	114 Uuq Ununquad. (289 u) 2/8/18/32/32/18/4	115 Uup Ununpent. (288 u) 2/8/18/32/32/18/5	116 Uuh Ununhex. (289 u) 2/8/18/32/32/18/6		

Ordnungszahl	78	Symbol	Pt	Name	Platin	Serie	
Atomgewicht	195,09 u						
Elektronenhüllen	2/8/18/32/17/1						

Ordnungszahl
 schwarz = nicht radioaktiv
 gelb = radioaktiv

Symbol
 schwarz = fest
 blau = flüssig
 rot = gasförmig

Serie
 Alkalimetalle Metalle
 Erdalkalimetalle Halbmetalle
 Übergangsmetalle Nichtmetalle
 Lanthanoide Halogene
 Actinoide Edelgase

durchgehend = natürliche Elemente
 schraffiert = künstliche Elemente

57 La Lanthan 138,91 u 2/8/18/18/9/2	58 Ce Cer 140,12 u 2/8/18/19/9/2	59 Pr Praseodym 140,91 u 2/8/18/21/8/2	60 Nd Neodym 144,24 u 2/8/18/22/8/2	61 Pm Promethium 146,9 u 2/8/18/23/8/2	62 Sm Samarium 150,35 u 2/8/18/24/8/2	63 Eu Europium 151,96 u 2/8/18/25/8/2	64 Gd Gadolinium 157,25 u 2/8/18/25/9/2	65 Tb Terbium 158,93 u 2/8/18/27/8/2	66 Dy Dysprosium 162,50 u 2/8/18/28/8/2	67 Ho Holmium 164,93 u 2/8/18/29/8/2	68 Er Erbium 167,26 u 30/8/2	69 Tm Thulium 168,93 u 31/8/2	70 Yb Ytterbium 173,04 u 32/8/2	71 Lu Lutetium 174,97 u 32/9/2
89 Ac Actinium (227 u) 2/8/18/32/18/9/2	90 Th Thorium 232,04 u 2/8/18/32/18/10/2	91 Pa Protaktin. 231,04 u 2/8/18/32/20/9/2	92 U Uran 238,03 u 2/8/18/32/21/9/2	93 Np Neptunium 237,05 u 2/8/18/32/22/9/2	94 Pu Plutonium (244,1 u) 2/8/18/32/24/8/2	95 Am Americium (243,1 u) 2/8/18/32/25/8/2	96 Cm Curium (247,1 u) 2/8/18/32/25/9/2	97 Bk Berkelium (247,1 u) 2/8/18/32/27/8/2	98 Cf Californium (251,1 u) 2/8/18/32/28/8/2	99 Es Einsteinium (252 u) 2/8/18/32/29/8/2	100 Fm Fermium (257 u) 30/8/2	101 Md Mendelev. (258 u) 31/8/2	102 No Nobelium (259 u) 32/8/2	103 Lr Lawrencium (260 u) 32/9/2

Erste Ionisationsenergie (FIP)

