Intermezzo: Das griechische Alphabet

Buchstaben	Name	Buchstaben	Name	Buchstaben	Name
A, α	Alpha	I, ι	Iota	P, ρ	Rho
B, β	Beta	K, κ	Kappa	Σ, σ	sigma
Γ, γ	Gamma	Λ, λ	Lambda	T, τ	Tau
Δ, δ	Delta	M, μ	My	Υ, υ	Ypsilon
E, ϵ	Epsilon	N, ν	Ny	Φ, ϕ	Phi
Z, ζ	Zeta	Ξ, ξ	Xi	X, χ	Chi
H, η	Eta	O, o	Omikron	Ψ, ψ	Psi
Θ, θ	Theta	Π, π	Pi	Ω, ω	Omega

Zeit

Was ist Zeit?

- Zeit vergeht
- Sie vergeht immer nur in einer Richtung
- Wir können sie messen!
  Die Sekunde ist definiert als 9'192'631'770 Perioden der elektromagnetischen Strahlung des Übergangs zwischen den Hyperfeinstrukturzuständen des Grundzustandes von Cäsium 133.
- lange Zeiten - kurze Zeiten

Lange Zeiten

Radioaktiver Zerfall: Zufälliger Zerfall eines instabilen Kernes. λ gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass der Kern innerhalb einer bestimmten Zeit T, z. B. pro Sekunde, zerfällt. Dann gilt für die Anzahl Kerne

$$\mathrm{d}N = -\lambda \ \cdot \ N \ \cdot \mathrm{d}t.$$

Differentialgleichung! Ansatz:

$$N(t) = N_0 \ e^{-\lambda t}.$$

Halbwertszeit

Mittlere Lebensdauer $\tau \doteq 1/\lambda$ (Dimensionsanalyse!).

Halbwertszeit $T_{1/2}$: $N\left(T_{1/2}\right) = N_0/2$, also

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}},$$

damit

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \ln 2 \cdot \tau.$$

Halbwertszeiten wichtiger instabiler Isotope

Isotop	$T_{1/2}$ $[a]$
^{238}U	$4,51 \cdot 10^9$
^{40}K	$1,26 \cdot 10^9$
^{14}C	5570
Proton	10^{31}

Anwendungen in der Planetologie, Geologie, Astrophysik, Kosmologie, Klimaforschung, Umweltphysik,. . .

Große und kleine Distanzen

- Lichtjahre
- Parsec
- Kerndurchmesser 10^{-15}m
- kleiner: $\Delta x \geq \hbar / 2\Delta p$

Übung: Rechnen Sie nach, wie groß Δx für verschiedene Körper sein kann!

Definitionen

- Meter: Strecke, die Licht im Vakuum in einer 299'792'458-stel Sekunde zurücklegt

- Astronomische Einheit: Mittlerer Abstand Sonne-Erde, 1,4959787$\cdot 10^{11}$ m

- Lichtjahr: Strecke, die Licht im Vakuum in einem Jahr zurücklegt, 9,4605$\cdot 10^{15}$ m

- Parsec: 3,26 Lichtjahre, 3,0857$\cdot 10^{16}$ m

- Angstrøm: 1 Å$= 10^{-10}$ m

Gleichförmige Bewegung: Geschwindigkeit

$$v \doteq \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

bzw.

$$v \doteq \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \dot{s}$$

Beispiel: $s = At^2 + Bt + C$. Wie schnell bewegt sich das Teilchen?
Tip: $t \to t + \Delta t$ einsetzen! In Δt hat sich das Teilchen um Δs bewegt.

Übung: Flug Amsterdam - Hannover

Ein Flugzeug fliegt mit einer konstanten Reisegeschwindigkeit relativ zur umgebungsluft von 660 km/h von Amsterdam nach Hannover (Luftlinie ~ 330 km).

- Wie lange dauert die reine Flugzeit?
- Wie lange dauert die reine Flugzeit hin und zurück?
- Nun herrscht ein Westwind von 220 km/h. Wie lange dauert die reine Hin- und Rückflugzeit?
- Nun herrscht Nordwind von 200 km/h. Wie lange dauert die reine Hin- und Rückflugzeit?

Lösung: Flug Amsterdam - Hannover

Ein Flugzeug fliegt mit einer konstanten Reisegeschwindigkeit relativ zur umgebungsluft von 660 km/h von Amsterdam nach Hannover (Luftlinie ~ 330 km).

- Wie lange dauert die reine Flugzeit?
  $v = s/t \;\longrightarrow\; t = s/v \;\longrightarrow\; t = (330\mathrm{km})/(660\mathrm{km/h}) = 1/2$h.

- Wie lange dauert die reine Flugzeit in und zurück?
  $v = (s+s)/t \;\longrightarrow\; t = 2s/v \;\longrightarrow\; t = (2 \times 330\mathrm{km})/(660\mathrm{km/h}) = 1$ h.

- Nun herrscht ein Westwind von 220 km/h. Wie lange dauert die reine Hin- und Rückflugzeit?
  $v = s/t \;\longrightarrow\; t = s/(v \pm v_{\mathrm{wind}} \;\longrightarrow\; t = (330\mathrm{km})/(660 - 220\mathrm{km/h}) + (330\mathrm{km})/(660 + 220\mathrm{km/h}) = (0.75 + 0.375)h = 1.125$ h.

- Nun herrscht Nordwind von 200 km/h. Wie lange dauert die reine Hin- und Rückflugzeit?
  Das Flugzeug muss leicht Kurs gegen Norden halten. $v_{\mathrm{Ost-West}} = \sqrt{660^2 - 200^2} = 629\mathrm{km/h}$. Nun selbe Rechnung wie bei Punkt 2:
  $v = (s+s)/t \;\longrightarrow\; t = 2s/v \;\longrightarrow\; t = (2 \times 330\mathrm{km})/(629\mathrm{km/h}) = 1.05$ h.

Beschleunigte Bewegung

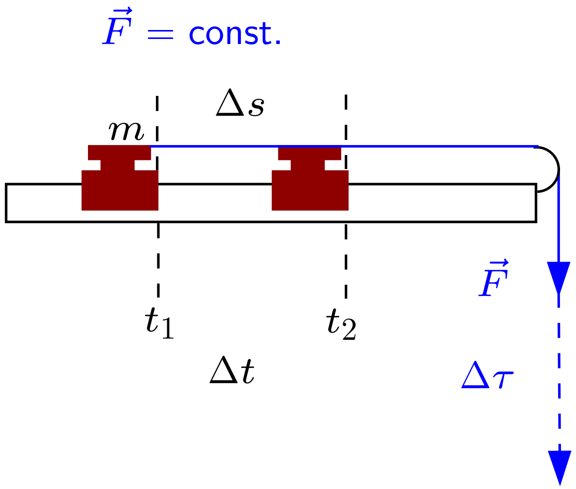
Wie ändert sich die Geschwindigkeit?

$$a \doteq \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \ddot{s} \doteq \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}.$$

Beispiel $s = At^2 + Bt + C$. Wie ändert sich die Geschwindigkeit?

$$a = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 2A.$$

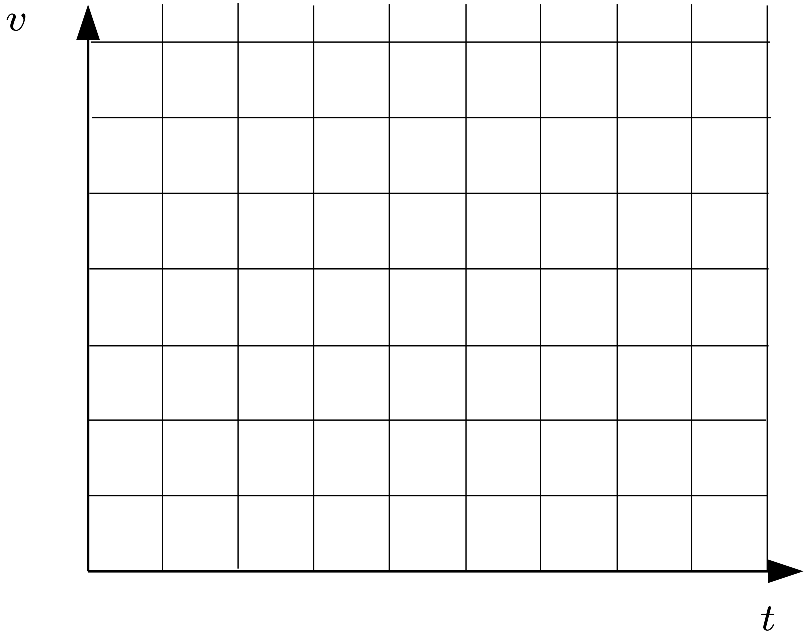
Beschleunigung ist Kraft pro Masse



Wir verwenden die Luftkissenbahn und überprüfen das Verhalten der Geschwindigkeitsänderung pro Zeiteinheit bei verschiedenen Massen der "Schiffchen".

m [kg]	$\Delta\tau$ [s]	Δs [m]	Δt [s]	v [m/s]

Beschleunigung ist Kraft pro Masse II



Diese Werte stellen wir grafisch dar und finden

$$\frac{v}{\Delta\tau} \propto \frac{F}{m},$$

oder, in anderen Worten, die Änderung der Geschwindigkeit pro Zeiteinheit ist proportional zur Kraft pro Masse. Nach Messung der Kraft mit geeigneter Federwaage finden wir

$$\frac{v}{\Delta\tau} = \frac{F}{m}.$$

Weil v aber Anfangs gleich Null war, ist v hier eigentlich ein Δv, also

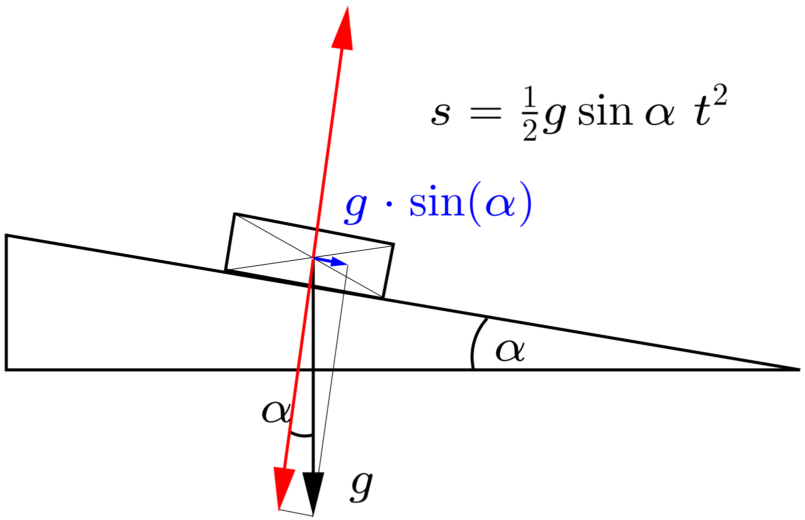
$$\frac{\Delta v}{\Delta \tau} = \frac{F}{m}.$$

Die Änderung der Geschwindigkeit pro Zeit ist gleich Kraft pro Masse. Diese Größe (Änderung der Geschwindigkeit pro Zeit) nennt man **Beschleunigung**, a, also haben wir

$$a \doteq \lim_{\Delta \tau \longrightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta \tau} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\tau} = \frac{F}{m} \quad \text{bzw.} \quad F = m \cdot a.$$

Der freie Fall

Wie fällt eine Kugel von der Decke? Wie lange braucht sie von der Decke zum Boden; wie schnell ist sie unmittelbar vor dem Aufprall?
Problem: Zeiten kurz, bei hohen Geschwindigkeiten verfälscht der Luftwiderstand das Resultat. (Wir leben nicht im Vakuum!).



Deshalb hat Galileo seine Experimente nich vom schiefen Turm von Pisa aus durchgeführt, sondern auf schiefen Ebenen! Messung ergibt den folgenden Sachverhalt:
$h(t) = h_0 - \frac{g \sin\alpha}{2} t^2.$

Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung

$$
\begin{aligned}
v = \dot{s} \quad &= \quad \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \\
a = \ddot{s} \quad &= \quad \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\right) = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}
\end{aligned}
$$

und umgekehrt als Integral. . .

Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung II

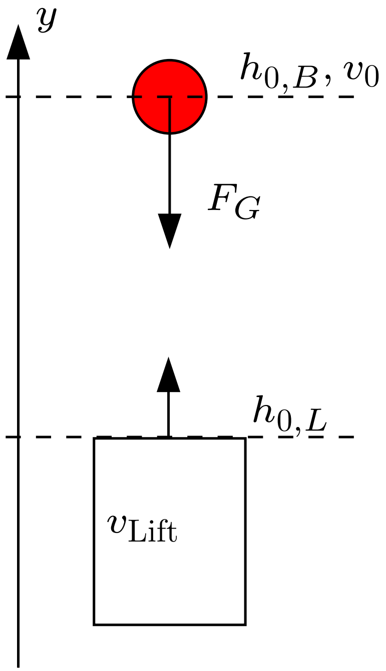
$$\begin{aligned} s(t) &= \int_0^t \mathrm{d}t' v(t') \\ v(t) &= \int_0^t \mathrm{d}t' a(t') \\ s(t) &= \int_0^t \mathrm{d}t' \int_0^{t'} \mathrm{d}t'' a(t'') \end{aligned}$$

Für $v(t) = \mathrm{const.}$: $s = vt + s_0$, für $a(t) = \mathrm{const.}$: $v = gt + v_0$ und $s = \frac{1}{2}gt^2 + +v_0 t + s_0$

Das Ganze in Vektorschreibweise

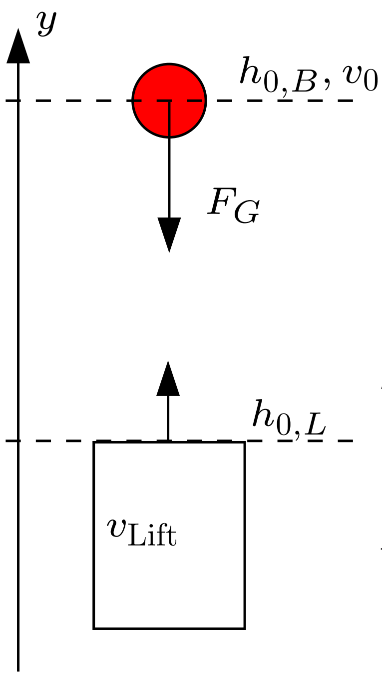
$$\begin{aligned}\vec{v} &= \frac{\mathrm{d}\vec{s}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{s}} \\ \vec{a} &= \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \ddot{\vec{s}}\end{aligned}$$

Übung: Lift



Am oberen Ende eines nach oben offenen Liftschachtes wird in Ball fallengelassen. Von unten nähert sich ein Lift mit konstanter Geschwindigkeit $v_{\text{Lift}} = 1$ m/s. Wann und in welcher Höher treffen sie sich, wenn der Ball losgelassen wurde, als sich der Lift genau 20m unterhalb des Balls befand?

Lösung: Lift



Zum Zeitpunkt des Zusammenpralls befinden sich Ball und Oberkante Lift in derselben Höhe $h_Z = y_B = y_L$. Also gilt

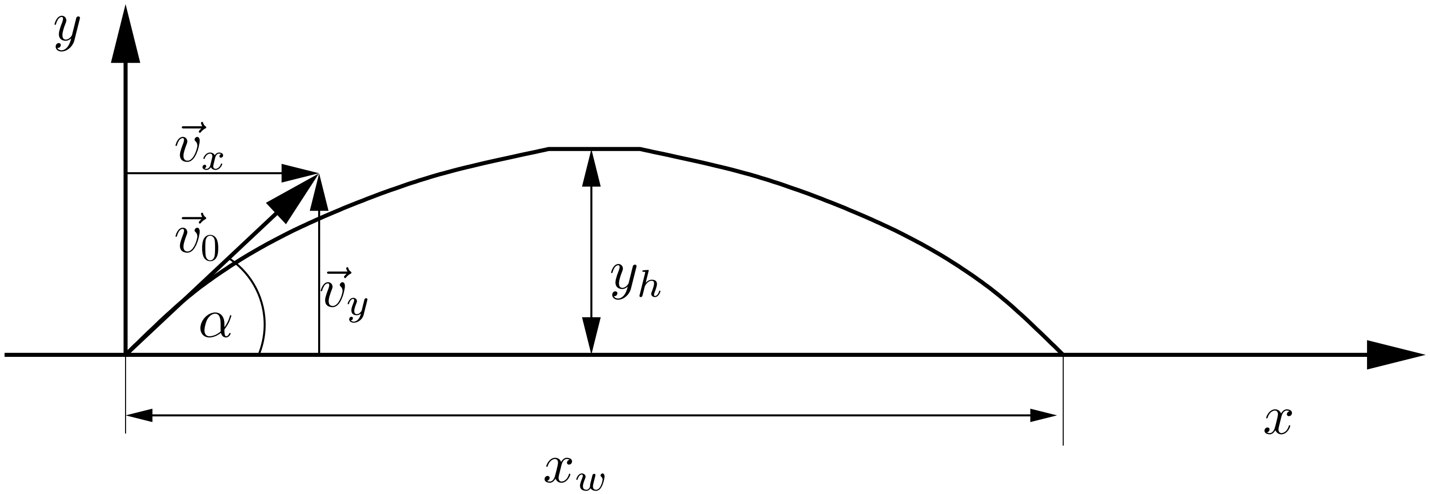
$$y_B = -\frac{1}{2}gt^2 = y_L = v_L\ t\ -\ h_{0,L}.$$

Auflösen einer quadratischen Gleichung nach t

$$t = \frac{-v_L \pm \sqrt{v_L^2 + 2gh_{0,L}}}{g} = \frac{-1\mathrm{m/s} \pm \sqrt{(1\mathrm{m/s})^2 + 2 \cdot 9,81\mathrm{m/s}^2 \cdot 20\mathrm{m}}}{9,81\mathrm{m/s}^2}$$

Anwort: Ball und Lift treffen sich nach zwei Sekunden 18m unter Oberkante.

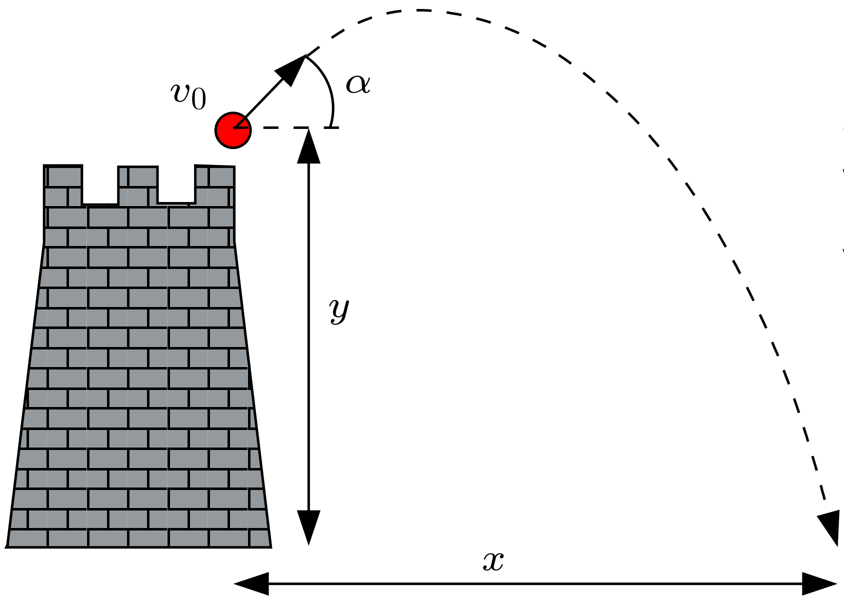
Überlagerung von Bewegungen: Der schiefe Wurf



$$v_x = v_0 \cos\alpha; \qquad v_y = v_0 \sin\alpha - gt$$

v_x ändert sich nicht mit der Zeit, bleibt konstant. $v_y(t)$ ändert sich aber schon!

Übung: Schiefer Wurf vom Turm



Von einem Turm aus wird aus einer Höhe h_0 eine Kugel unter einem Winkel α und mit einer Anfangsgeschwindigeit v_0 geschossen. Wie hoch wird sie maximal fliegen und wie weit?

$$\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0 \sin\alpha \\ v_0 \cos\alpha \end{pmatrix}.$$

Lösung: Schiefer Wurf vom Turm

Die x- und y-Komponenten der Bewegung sind unabhängig. In x-Richtung wirkt keine Kraft, also keine Beschleunigung. Also $x = v_x \cdot t$. Die maximale Höhe zeichnet sich durch $v_y = 0$ aus, also

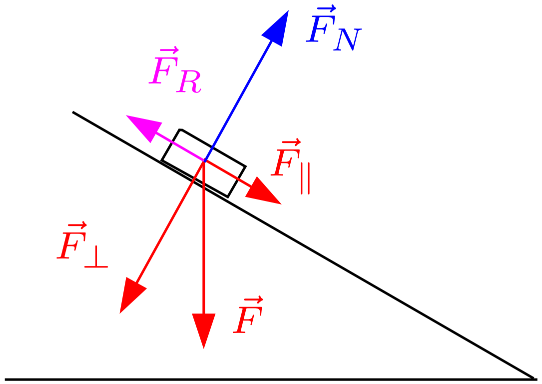
$$\dot{y}(t_{\max}) = 0 \ \text{ also } \ v_y - g t_{\max} = 0, \text{ also } t_{\max} = \frac{v_y}{g}.$$

Die Gesamtzeit des Fluges, t, wird auch durch die y-Bewegung bestimmt.

$$y(t) = h_0 + v_y \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \xrightarrow{y=0} \quad t = \frac{\sqrt{v_y^2 + 2 g h_0} - v_y}{g},$$

weil hier nur die positive Lösung sinnvoll ist. Damit $x_{\mathrm{Wurf}} = v_x \cdot t$.

Reibung und $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

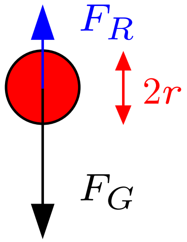


Wir haben bereits gesehen, dass ein Körper sich beschleunigt bewegt, wenn eine Kraft angreift. Damit sich ein Körper nicht beschleunigt wird, muss die Summer der angreifenden Kräfte verschwinden. Bei einem unbewegten Klotz auf einer schiefen Ebene wirkt die sog. **Normalen-Kraft**, $\vec{F}_N = -\vec{F}_\perp$ entgegen und die Reibungskraft

$$F_R = \mu F_N$$

entgegen $\vec{F}_\parallel$. μ ist der **Haftreibungskoeffizient**. Analog gibt es auch Gleit- und Rollreibungskoeffizienten.

Fallende Kugel, Fallschirm



Fällt eine Kugel durch Luft, so wirk neben der Erdanziehung auch eine Reibungskraft, der Luftwiderstand. Nach Stokes beträgt die Reibungskraft

$$F_R = 6\pi\eta r v,$$

wo η die Viskosität der Luft (Flüssigkeit) ist, eine Größe, die die "Zähigkeit" einer Flüssigkeit (oder eines Gases) beschreibt. Solche Stokes'sche Reibung tritt bei allen Bewegegungen in Flüssigkeiten auf wie z. B. bei Fischen im Wasser, Vögel in der Luft, Blutkörperchen, etc. wenn auch nicht exakt in dieser Form.

<u>Übung: Wie schnell wird ein frei fallender Ball in Luft?</u>