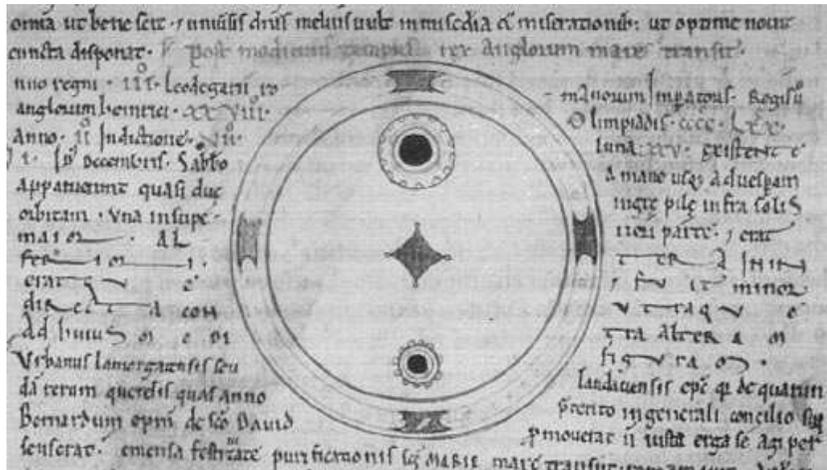


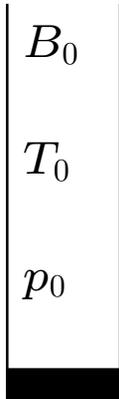
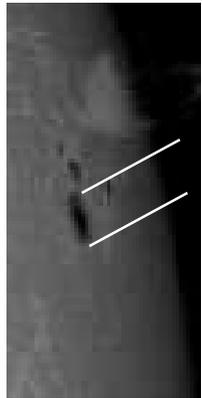
Sonnenflecken



Erste Beobachtungen von Sonnenflecken sind von Anaxagoras aus 467 v. Chr. überliefert, die erste Zeichnung von Sonnenflecken stammt aus dem Jahr 1182 und ist links abgebildet¹. Mit der Erfindung des Teleskops konnten Fabricius, Scheiner und Galileo 1611 Sonnenflecken beobachten und dokumentieren. In der Zeit zwischen 1645 und 1715 gab

es auf der Sonne (fast) keine Flecken mehr (Maunderminimum), eine Periode die mitten in die kleine Eiszeit fällt. Beobachtungen von Sonnenflecken zeigen eine zyklische Schwankung in deren Anzahl, was heute als der **solare Aktivitätszyklus** bezeichnet wird. Im Mittel nimmt die Anzahl Sonnenflecken als Folge des Dynamos alle etwa 11 Jahre zu und ab.

¹The Chronicle of John of Worcester <http://sunearthday.nasa.gov/2006/locations/firstdrawing.php>



Sonnenflecken

$B_U = 0$ In der Photosphäre durchbreche eine magnetische Flussröhre die Oberfläche, was als Sonnenfleck sichtbar ist. Der Einfachheit nehmen wir an, dass in der Umgebung kein Magnetfeld herrsche ($B_U = 0$), dass dieses also nur in der Flussröhre vorhanden sei. Die stationäre Bewegungsgleichung lautet

$$-\vec{\nabla} p - \rho \vec{g}_{\odot} + \vec{j} \times \vec{B} = 0.$$

In der horizontalen Richtung können wir die Gravitation vernachlässigen. In Abwesenheit eines Verschiebungsstroms (stationär!) können wir den Strom durch $\vec{j} = (1/\mu_0) \vec{\nabla} \times \vec{B}$ ausdrücken und erhalten die Gleichung der Magnetostatik

$$-\vec{\nabla} p - \frac{1}{\mu_0} \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = 0.$$

Mit der Vektoridentität $\vec{\nabla}(\vec{a}^2) = 2(\vec{a} \cdot \vec{\nabla})\vec{a} + 2\vec{a} \times (\vec{\nabla} \times \vec{a})$ erhalten wir

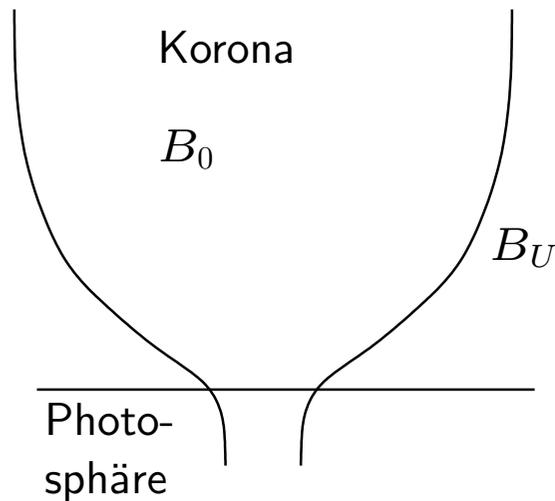
$$-\vec{\nabla} \left(p + \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0} \right) + \frac{1}{\mu_0} (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} = 0.$$

Der erste Term gibt den Gesamtdruck an, der zweite die magnetische Spannung, die für eine ungekrümmte vertikale Flussröhre verschwindet. Der Gradient des Gesamtdruckes muss also verschwinden. In Sonnenflecken herrscht ein starkes Feld $B_0 \gg B_U$, so dass wir im Vergleich $B_U = 0$ vernachlässigen können. Mit $p = nkT$ und der Annahme dass innen und außen dieselbe Dichte herrsche, finden wir

$$p_U = p_0 + \frac{B_0^2}{2\mu_0} \longrightarrow B_0^2 = 2\mu_0 kn(T_U - T_0) \approx 3.5 \times 10^{-29} n(T_U - T_0), \quad (1)$$

Sonnenflecken müssen also kühler als ihre Umgebung sein.

Expansion in Chromosphäre und Korona



Setzen wir in Gleichung 1 einen typischen Wert für Dichten in der Korona ein ($n \approx 10^{15} \text{m}^{-3}$), so sehen wir unmittelbar, dass B_0 unmöglich so stark bleiben kann. Die Flussröhre muss expandieren und zwar so stark, dass die ganze Korona magnetisiert ist. Wir schreiben darum

$$p_U + \frac{B_U^2}{2\mu_0} = p_0 + \frac{B_0^2}{2\mu_0} \longrightarrow \left(\frac{B_0}{B_U} \right)^2 = \frac{1 + \beta_U}{1 + \beta_0},$$

was wegen $\beta_U \ll 1$ und $\beta_0 \ll 1$ beweist, dass in der Korona die Unterschiede in den Feldstärken nur klein sein können. Nehmen wir einen typischen Wert von 1 mT, so erhalten wir mit $T \approx 10^6 \text{K}$ ein $\beta_U \approx 0.000035$, was die gemachte Näherung rechtfertigt. In der Flussröhre sei die Dichte 100 mal größer womit

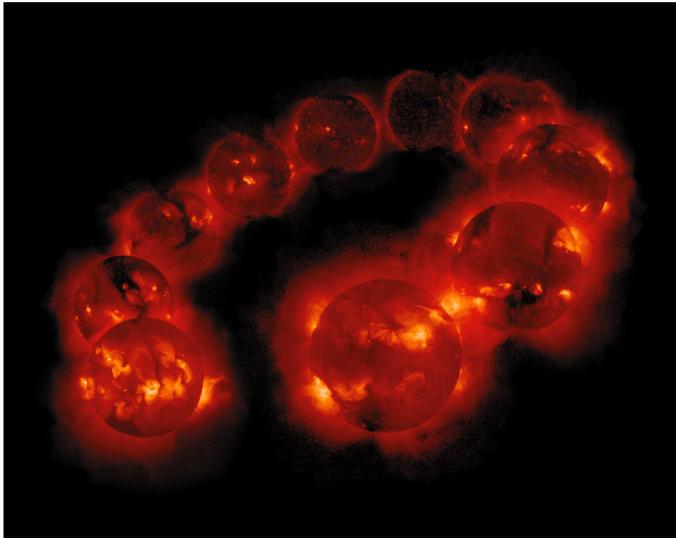
$\beta_0 \approx 0.0035$. Das Feld in der Flussröhre muss also nur um

$$\frac{B_0}{B_U} = \sqrt{\frac{1 + \beta_U}{1 + \beta_0}} = \sqrt{\frac{1.000035}{1.0035}} = 0.9983$$

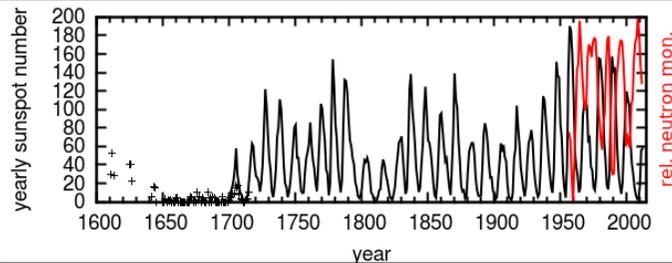
abnehmen, bzw. der Radius der Flussröhre um weniger als 1% zunehmen. Die Korona ist also magnetisiert. Feldstärken reichen von 10^{-4} bis 10^{-2} T. Zum Vergleich: ein Magnet am Kühlschrank hat ca. 5 mT.

Das Magnetfeld der Korona stammt natürlich ursprünglich aus dem solaren Dynamo. Es resultiert aber in erstaunlich komplexen Gebilden und trägt wesentlich zur Heizung der Korona bei.

Der solare Aktivitätszyklus



Der solare Aktivitätszyklus ist links zu sehen. Die Röntgenaufnahmen (Yokoh) zeigen von links unten im Uhrzeigersinn abnehmende und anschließend wieder zunehmende Aktivität. Heißes Plasma in aktiven Regionen² leuchtet hier hell im weichen Röntgenlicht³. Dieser Zyklus wiederholt sich etwa alle 11 (22) Jahre und ist eine Folge des solaren Dynamos (siehe P6_V6).

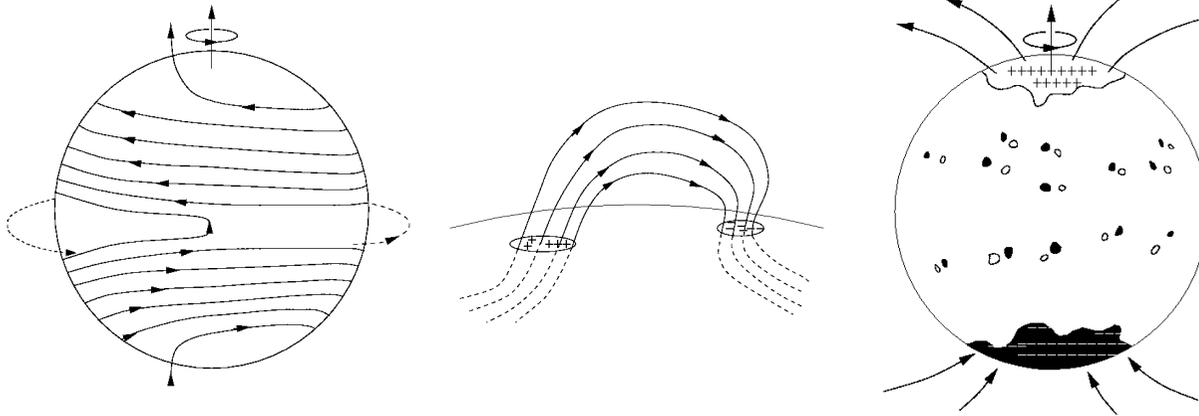


Die untere Abb. zeigt die Sonnenfleckenanzahl seit 1611. Der solare Aktivitätszyklus ist gut zu sehen, wie auch das Maunderminimum. Rot: die antikorrelierte Zählrate des Kieler Neutronenmonitors.

²Das sind Regionen mit geschlossenem und starkem Magnetfeld.

³Yokoh hat mit mehreren Passbändern im Bereich 2,4 - 46Å gemessen.

Sonnenflecken – Das Gesetz von Hale*



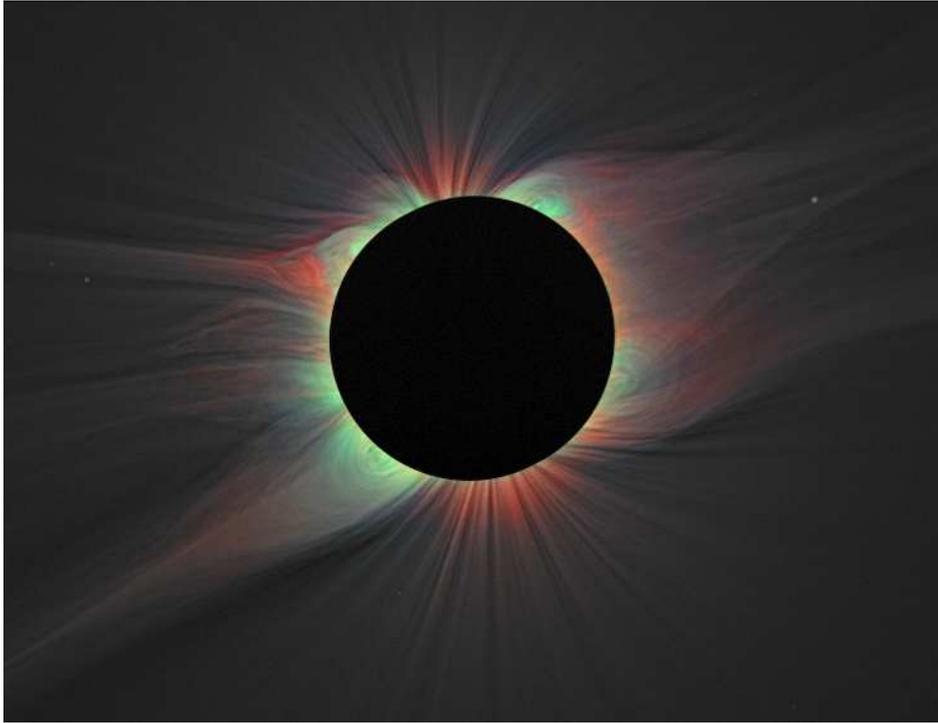
Sonnenflecken entstehen als Folge des magnetischen Auftriebs, was das Gesetz von Hale erklärt⁴, welches besagt, dass die Polarität des in einem Paar führenden Sonnenflecks in der Regel der

Polarität des polaren koronalen Loches⁵ des vorhergehenden Aktivitätsminimums entspricht. Sonnenflecken führen zu aktiven Regionen, wie sie in der vorigen Folie zu sehen waren.

⁴Nach George Hale, der 1908 mittels Zeeman-Effekt in Sonnenflecken starke Magnetfelder entdeckt hat.

⁵Ein Gebiet mit niedriger Elektronendichte und offener Konfiguration des Magnetfeldes. In der Röntgenaufnahme auf der vorigen Folie als dunkle Regionen sichtbar.

Sonnenfinsternis, Chromosphäre und Korona

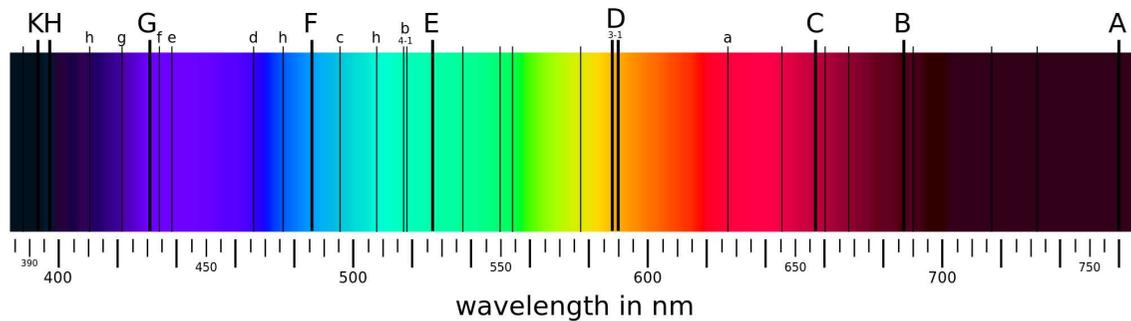


Die erste Beschreibung einer Beobachtung einer Sonnenfinsternis ist von Plutarch überliefert. Heute sind sie ein touristisch wichtiger Faktor⁶. Das Bild links⁷ wurde von der Erde aus aufgenommen und zeigt sehr feine Strukturen, die auf eine magnetische Strukturierung der Korona schließen lassen. In Sonnenfinsternissen ist in der Regel die Chromosphäre von bloßem Auge sichtbar, nach Dunkeladaptation auch die Korona, die Atmosphäre der Sonne.

⁶z.B. <http://www.eclipsetours.com/>

⁷Habbal, et al.: <http://www.nasa.gov/centers/goddard/news/topstory/2010/aas-eclipse.html>

Helium und Koronium*

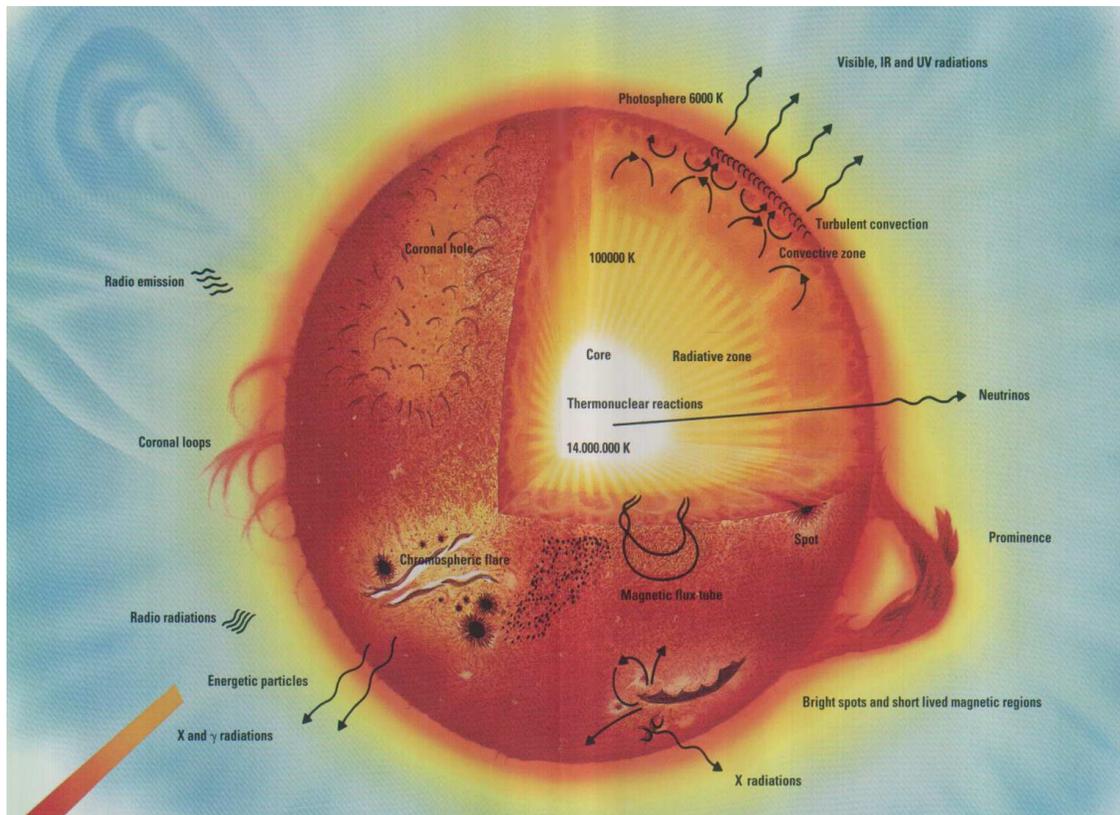


Fraunhofers Erfindung der präzisen Spektroskopie erlaubte es ihm, im Licht der Sonne über 570 dunkle Linien zu entdecken. Einige davon konnten

Bunsen und Kirchhoff weniger als 50 Jahre später als Emissionslinien von chemischen Elementen identifizieren. Sie schlossen daraus, dass die Fraunhoferlinien durch Absorption in der Sonnen- und Erdatmosphäre entstehen.

1868 fanden Janssen und Lockyer unabhängig neue Linien im Licht einer Sonnenfinsternis, Lockyer interpretierte sie als Linien eines neuen Elementes, Helium. In einer anderen Sonnenfinsternis fanden Young und Harkness eine grüne Emissionslinie bei 530,3 nm, welche zu keinem bekannten chemischen Element passte. Man postulierte deshalb ein neues Element, Koronium. Heute wissen wir, dass es von hochionisiertem Eisen (Fe^{13+}) stammt. Sie ist in der vorigen Folie grün sichtbar.

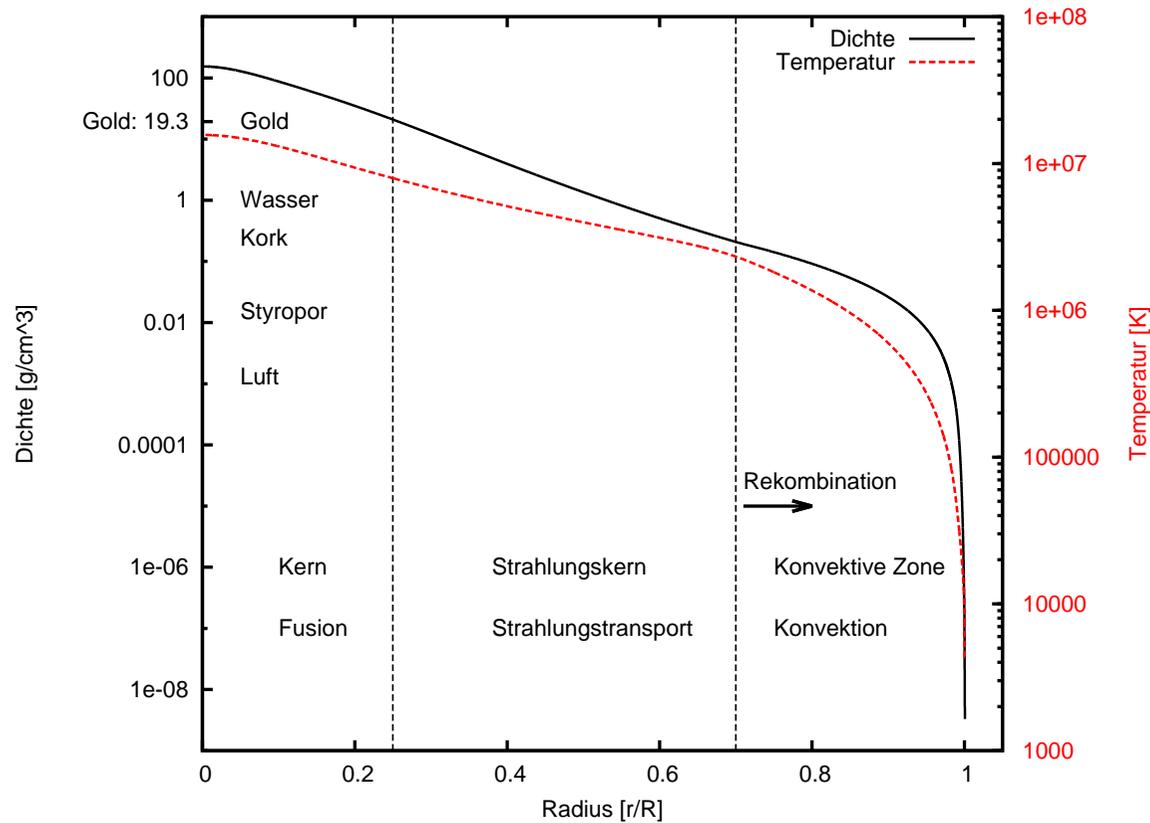
Aufbau der Sonne und Sonnenatmosphäre



Der Aufbau der Sonne ist links dargestellt. Im Kern fusioniert H zu He, die freigesetzte Energie wird durch die Strahlungszone nach außen transportiert. Bis hier rotiert die Sonne als starre Kugel. An der Tachokline findet der Übergang zur konvektiven Zone statt, wo der Dynamo wirkt und die schließlich in der Photosphäre endet. In diesem Bereich rotiert die Sonne differentiell. Daran

schließen die kühle Chromosphäre, Übergangsregion und heiße Korona an.

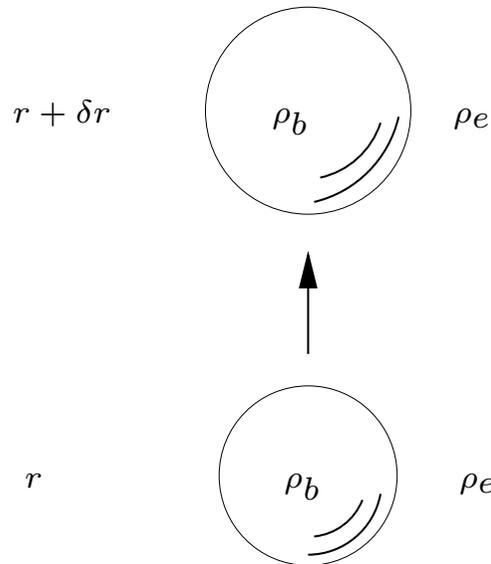
Dichte- und Temperaturprofil der Sonne



Die Dichte im Kern fällt von 154 g/cm^3 zum Strahlungskern hin exponentiell auf etwa 20 g/cm^3 ab. Am äußeren Rand des Strahlungskerns beträgt die Dichte nur noch ca. 0.2 g/cm^3 und fällt durch die konvektive Zone hindurch noch steiler ab.

Die Temperatur zeigt einen sehr ähnlichen Abfall von über 15 MK im Kern auf etwa 5800 K an der Photosphäre.

Das Schwarzschildsche Stabilitätskriterium



Eine Plasmaplase steige um δr nach oben und expandiere dabei adiabatisch um mit der Umgebung im Druckgleichgewicht zu bleiben. Die Bewegung ist also langsamer als die Schallgeschwindigkeit, c_s . Die Dichten der Blase und Umgebung bei $r + \delta r$ müssen nicht gleich sein.

$$\rho_B(r + \delta r) = \rho_B(r) + \delta r \left. \frac{d\rho}{dr} \right|_B, \quad \rho_U(r + \delta r) = \rho_U(r) + \delta r \left. \frac{d\rho}{dr} \right|_U.$$

Damit die Schichtung stabil bleibt, darf die Dichte der Blase nicht größer sein, als die der Umgebung. Weil aber Druckgleichgewicht gelten muss finden wir:

$$\left| \frac{d\rho}{dr} \right|_B < \left| \frac{d\rho}{dr} \right|_U \quad \xrightarrow{P \sim \rho T} \quad \left| \frac{dT}{dr} \right|_B > \left| \frac{dT}{dr} \right|_U.$$

Die Brunt-Väisälä-Frequenz

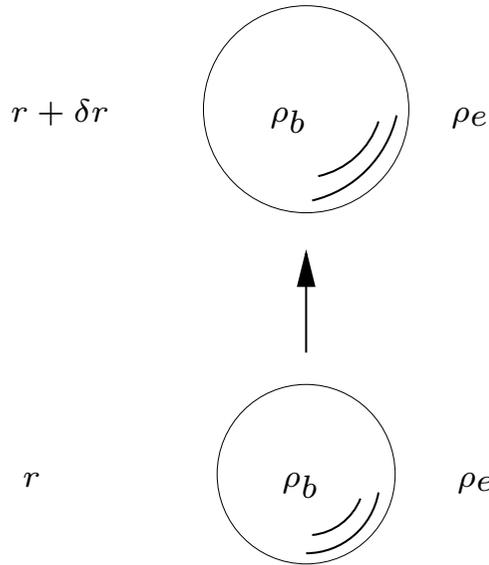
Die Bewegungsgleichung für die Blase mit ρ_b lautet

$$\rho_b \frac{\partial^2 \delta r}{\partial t^2} = -g(\rho_e(r) - \rho_e(r + \delta r)),$$

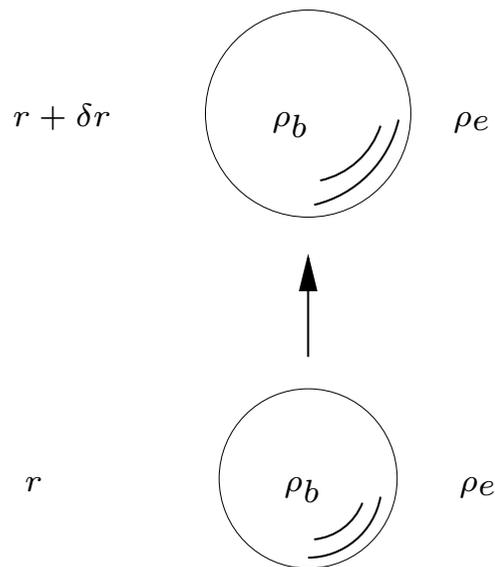
ist $\rho_e(r + \delta r) > \rho_e(r)$, erfährt die Blase eine nach oben gerichtete Auftriebskraft. Mit $\rho_e(r + \delta r) - \rho_e(r) = (\partial \rho_e / \partial r) \delta r$ haben wir

$$\frac{\partial^2 \delta r}{\partial t^2} = \frac{g}{\rho_b} \frac{\partial \rho_e}{\partial r} \delta r \quad \longrightarrow \quad \delta r = \delta r_0 e^{\sqrt{\frac{g}{\rho_b} \frac{\partial \rho_e}{\partial r} t}} = \delta r_0 e^{\sqrt{-N^2} t},$$

wo N die sog. **Brunt-Väisälä-Frequenz** ist. Ist $\partial \rho_e / \partial r < 0$, so schwingt das Plasmaket um die Ruhelage, ist $\partial \rho_e / \partial r > 0$ ist die Schichtung nicht stabil.



Die Konvektionszone - Schwarzschildsches Stabilitätskriterium

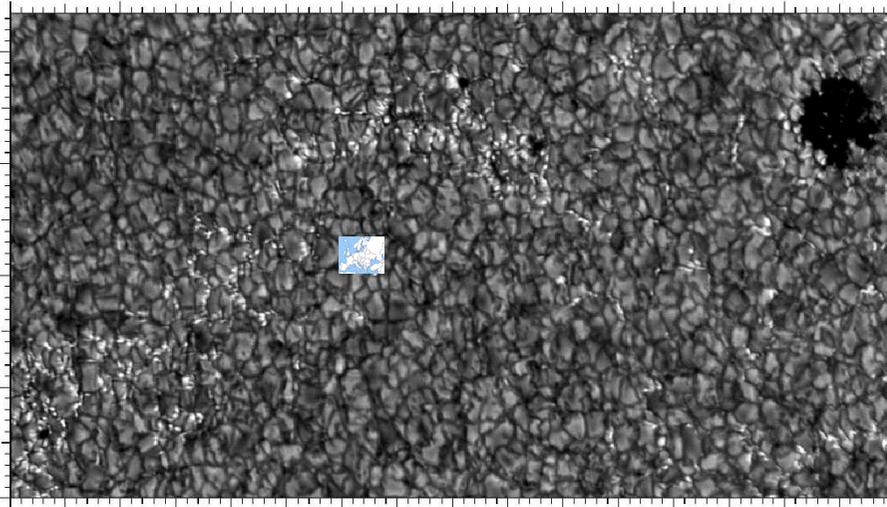


Am unteren Ende der Konvektionszone beträgt die Temperatur noch ca. 2 MK, was kühl genug ist, dass schwere Ionen zu rekombinieren beginnen. Dies führt zu einer raschen Zunahme der Opazität. Dadurch vergrößert sich der Temperaturgradient $|dT/dr|$ auf einen Wert, der größer ist, als der adiabatische⁸ Temperaturgradient. Nach dem Schwarzschildschen Stabilitätskriterium setzt dann Konvektion ein.

$$\left| \frac{dT}{dr} \right| < \left| \left(\frac{dT}{dr} \right) \right|_{\text{adiab}} \xrightarrow{\text{wird zu}} \left| \frac{dT}{dr} \right| > \left| \left(\frac{dT}{dr} \right) \right|_{\text{adiab}} \implies \text{instabil, Konvektion.}$$

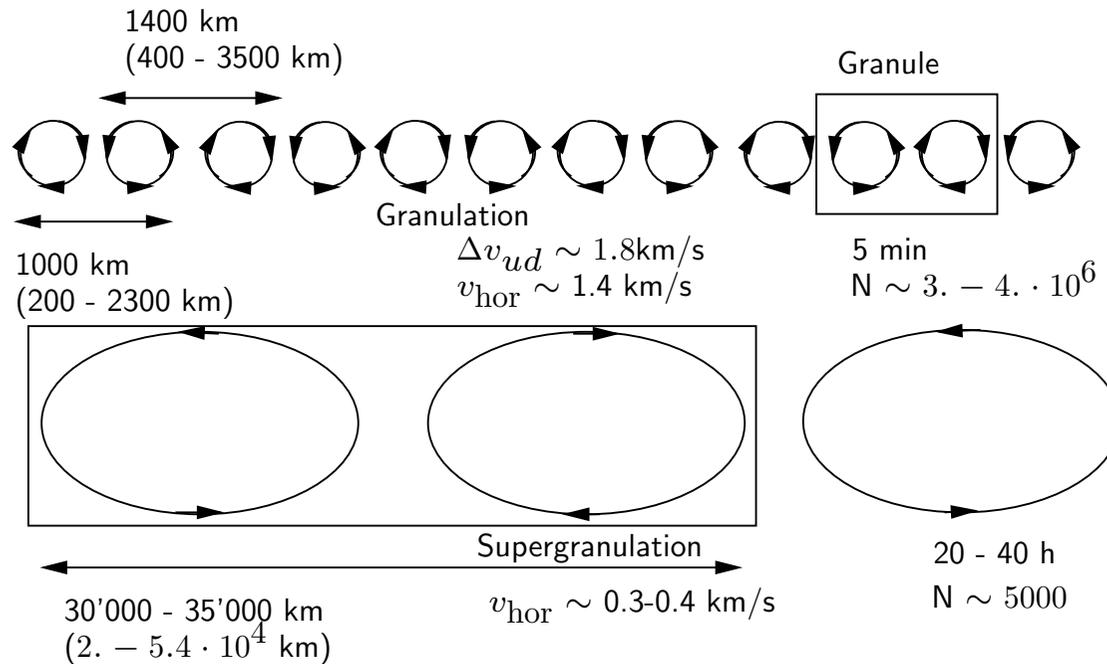
⁸Der Gradient, den wir für die adiabatisch nach oben bewegte Blase gefunden haben. "Adiabatisch" = Blase.

Die Photosphäre



Die Photosphäre ist die für uns sichtbare Oberfläche der Sonne. Detaillierte Untersuchungen wie z. B. durch das Schwedische Vakuum Solarteleskop (SVST, Abb. links) zeigen uns, wie dynamisch diese obere Grenzschicht der Konvektionszone ist. Granulen entstehen und vergehen mit typischen Zeiten von ca. 20 Minuten. Die Muster erinnern stark an Bénard-Zellen, wie sie oft bei Konvektionsströmungen auftreten. In der Abb. ist Europa zum Größenvergleich eingezeichnet. Eine Bogensekunde (eine Einheit in der Grafik) entspricht ca. 1000 km. Granulen haben einen typischen Durchmesser von ca. 1500 km, etwa die Distanz Hamburg-Neapel. Unter der photosphärischen Granulation liegt eine Supergranulation mit ca. 30.000 km Durchmesser. Die hellen Punkte weisen starke Magnetfelder auf.

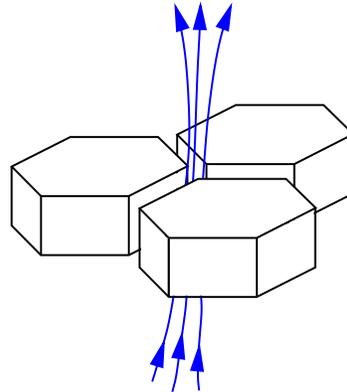
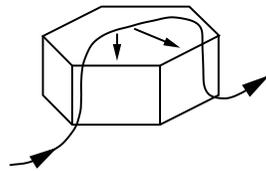
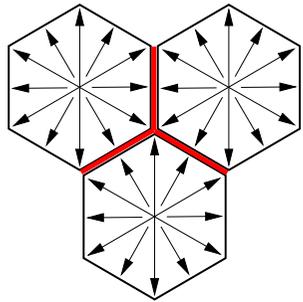
Granulation



Zu den Oberflächenschichten (ca. 2000 km Tiefe) hin wird das Plasma so kühl, dass der Wasserstoff rekombiniert. Weil beim Rekombinieren die Ionisationsenergie freigesetzt wird, erwärmt sich das Plasma, wird weniger dicht und beginnt nach oben zu steigen. In einem Plasmapaket, welches sich abwärts bewegt, wird der Wasserstoff

ionisiert, das Plasma kühlt ab (die Ionisationsenergie wurde entzogen), wird dadurch dichter und sinkt schneller nach unten. Es setzt Konvektion ein.

Desintegration von Granulen und Topologisches Pumpen*



“Oben” angekommen muss sich das Plasma seitlich weg bewegen, was einen Druckgradienten von der Mitte zum Rand der Granule bedingt. Dieser Druck bremst das nach oben fließende Plasma ab und beschleunigt das nach unten fließende.

Wegen Massenerhaltung ist die Fläche der abwärtsfließenden intergranulären Gassen kleiner als die der Granulen. Der in der Mitte zunehmende Druck führt zu einer Desintegration der Granulen.

Die Konvektionsbewegung treibt Magnetfeldlinien in die intergranulären Gassen wodurch das die Oberfläche durchdringende Magnetfeld dort maximal wird. Dieser Prozess findet auch in der Supergranulation statt, an deren Rändern besonders starke Feldkonzentrationen beobachtet werden, wie im Bild auf Seite 15 sichtbar.

Die Chromosphäre

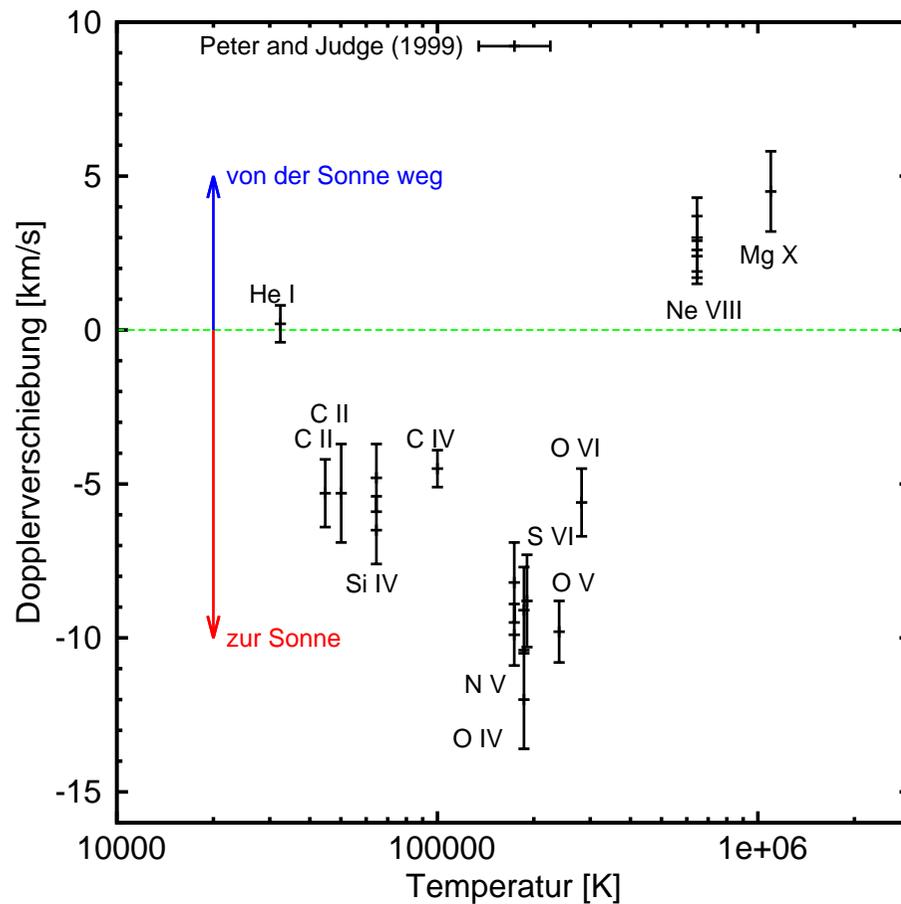


Die Chromosphäre ist mit Temperaturen zwischen 4'000 und 25'000 K kühl genug, dass neutraler Wasserstoff in der H- α -Linie leuchtet. Diese kann in Sonnenfinsternissen⁹ als rote Emission beobachtet werden. In Aufnahmen mit H- α -Filtern sieht man feine (Spikulen) wie auch großskalige Strukturen (z. B. Prominenzen), die sehr dynamisch sind.

Warum die Temperatur der Chromosphäre zunächst von ca. 5'800 K abnimmt und dann wieder stark auf ca. 25'000 K zunimmt ist nicht verstanden. Eine Heizung über (magneto-)akkustische Wellen und Schockwellen scheint ein wahrscheinliches Szenario.

⁹1999, Luc Viatour / www.Lucnix.be. H- α (Übergang 3 \rightarrow 2 der Balmer-Serie.) liegt bei 656,28 nm, also bei rot.

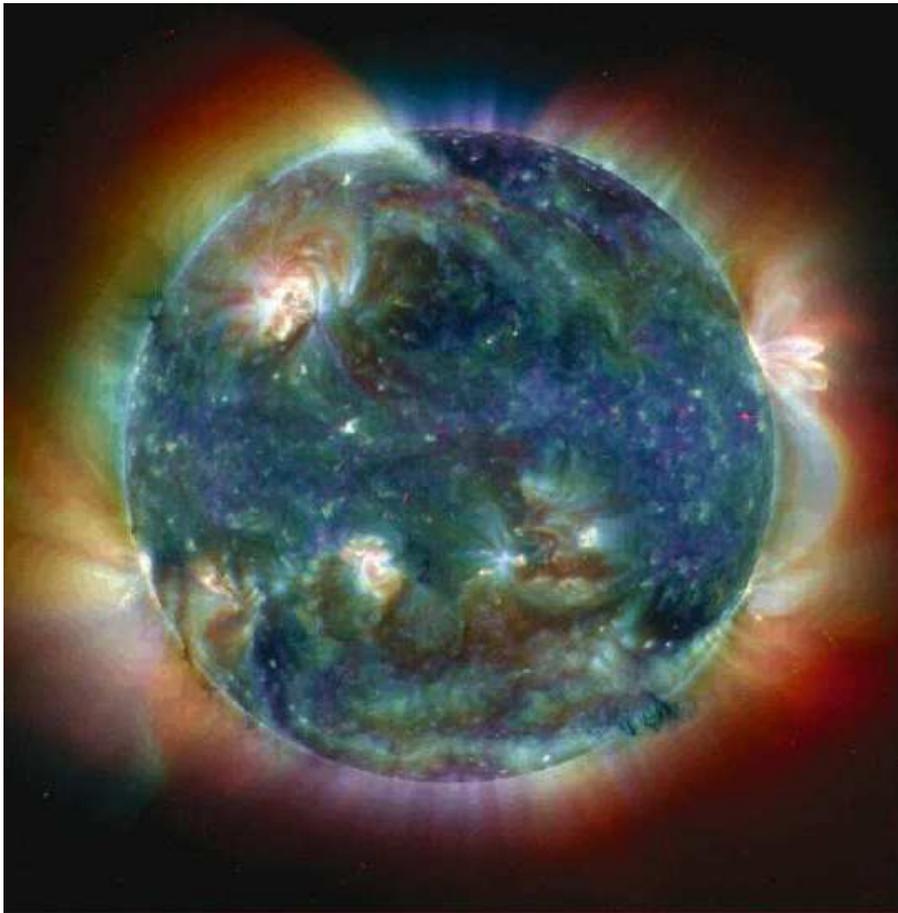
Die Übergangsregion



Die Übergangsregion (vgl. transition region) trennt die kühle Chromosphäre von der heißen Korona und spielt im Energiehaushalt der Korona wahrscheinlich eine äußerst wichtige Rolle. Früher als einfache Trennfläche verstanden, gilt sie heute als eine hochkomplexe und dynamische Region, für die es eine Reihe von Modellen gibt. In den meisten spielen die Fußpunkte von koronalen Schleifen eine entscheidende Rolle.

Kühles Plasma fällt zur Sonne zurück, während heißes Plasma evtl. bereits zum Sonnenwind beiträgt.

Die Korona



Die Falschfarben-Aufnahme (EIT/SOHO) der Korona zeigt in mehreren Wellenlängenbereichen im extremen Ultraviolett Temperaturen zwischen 10^6 und $2 \cdot 10^6$ K: rot ca. 2 MK, grün ca. 1.5 MK blau etwa 1 MK. Die hellen Flecken sind aktive Regionen, rechts am Rand der Sonne eine Prominenz. Wie die Korona auf diese Temperaturen geheizt wird, ist nicht bekannt. Wellen spielen sehr wahrscheinlich eine wichtige Rolle. Heute glaubt man, dass nur dadurch die verschiedenen Temperaturen von Elektronen und verschiedenen Ionen erklärt werden können.

Hydrostatisches Gleichgewicht*

In einer statischen Atmosphäre muss ein Kräftegleichgewicht zwischen Gravitation und Druckgradient herrschen,

$$\frac{dp}{dr}(r) = F_G n(r) = -m n(r) \left[\frac{GM_\odot}{R_\odot^2} \right] \left(\frac{R_\odot^2}{r^2} \right) = -m n(r) g_\odot \left(\frac{R_\odot^2}{r^2} \right).$$

Die Beschleunigung g_\odot an der Sonnenoberfläche (der Ausdruck in eckigen Klammern) beträgt 274 m/s^2 . Die mittlere Masse eines Ions beträgt wegen H:He $\approx 10 : 1$ etwa $m \approx 1.27 m_H$. Wegen der Neutralität des Plasmas können wir $n_i \approx n_e$ annehmen, womit wir mit der idealen Gasgleichung $p = nkT$ haben, dass

$$\frac{dp}{dr}(r) = -p(r) \frac{mg_\odot}{2kT(r)} \left(\frac{R_\odot^2}{r^2} \right), \quad \xrightarrow{h \doteq r - R_\odot} \frac{dp}{dh}(h) = -p(h) \frac{mg_\odot}{2kT(h)} \left(1 + \frac{h}{R_\odot} \right)^{-2}.$$

In einem (fast) isothermen Plasma ($T(h) \approx \text{const.}$) kann dies mit der **Dichteskalenhöhe** $H(m, T)$ umgeformt werden in

$$\begin{aligned} \frac{dp}{p} &= -dh \frac{mg_{\odot}}{2kT(h)} \left(1 + \frac{h}{R_{\odot}}\right)^{-2} = -\frac{dh}{H(m, T)} \left(1 + \frac{h}{R_{\odot}}\right)^{-2} \\ \int_{p_0}^p \frac{dp}{p} &= - \int_{h_0}^h \frac{1}{H(m, T)} \left(1 + \frac{h}{R_{\odot}}\right)^{-2} dh \\ p(h) &= p_0 \exp \left[-\frac{(h - h_0)}{H(m, T) \left(1 + \frac{h}{R_{\odot}}\right)} \right], \end{aligned} \quad (2)$$

was die **Druckskalenhöhe** $H_p(m, T) = 2kT/(mg_{\odot}) \approx 4.7 \cdot 10^7 (T/(1\text{MK}))$ m definiert. Der Abfall in Glg. 2 ist wegen $h = r - R_{\odot}$ langsamer als exponentiell.

Ionisationsgleichgewicht

Wir hatten auf Seiten 18,19 und 20 auf Temperaturen hingewiesen. Man findet diese durch die Intensität von Linien verschiedener Ionen und nimmt dazu oft ein Ionisationsgleichgewicht in einem Elektronengas im thermodynamischen Gleichgewicht an.

Wir schreiben dazu die Kontinuitätsgleichung für ein prominentes schweres Ion, O^{6+} auf,

$$\frac{\partial n_6}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_6 \vec{u}_6) = n_e [n_5 C_5 - n_6 (R_6 + C_6) + n_7 R_7], \quad (3)$$

wo n_i die Dichte des i -ten Ladungszustandes von Sauerstoff ist, C_i die Ionisationsrate aus dem Ladungszustand i heraus und R_i die Rekombinationsrate aus dem Ladungszustand i heraus.

Gleichung 3 alleine ist sinnlos und muss durch ein vollständiges System von Gleichungen ersetzt werden,

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial n_0}{\partial t} + \vec{\nabla} (n_0 \vec{u}_0) &= n_e [-n_0 C_0 + n_1 R_1], \\
 \frac{\partial n_1}{\partial t} + \vec{\nabla} (n_1 \vec{u}_1) &= n_e [n_0 C_0 - n_1 (R_1 + C_1) + n_2 R_2], \\
 &\vdots = \vdots \\
 \frac{\partial n_i}{\partial t} + \vec{\nabla} (n_i \vec{u}_i) &= n_e [n_{i-1} C_{i-1} - n_i (R_i + C_i) + n_{i+1} R_{i+1}], \\
 &\vdots = \vdots \\
 \frac{\partial n_{n-1}}{\partial t} + \vec{\nabla} (n_{n-1} \vec{u}_{n-1}) &= n_e [n_{n-2} C_{n-2} - n_{n-1} (R_{n-1} + C_{n-1}) + n_n R_n], \\
 \frac{\partial n_n}{\partial t} + \vec{\nabla} (n_n \vec{u}_n) &= n_e [n_{n-1} C_{n-1} - n_n R_n]. \tag{4}
 \end{aligned}$$

Dazu kommt eine Gleichung, welche beschreibt, dass die totale Anzahl Ionen eines gewissen Elementes erhalten bleibt,

$$\sum_i^n n_i = n_{\text{tot}}. \quad (5)$$

Die Häufigkeiten der einzelnen Ladungszustände eines Elementes werden sich so einstellen, dass zwischen ihnen jeweils ein Gleichgewicht herrscht, in welchem gleich viele Ionen aus Zustand i in Zustand $i + 1$ hineinionisiert werden, wie aus Zustand $i + 1$ in Zustand i zurückrekombinieren.

$$n_i C_i = n_{i+1} R_{i+1}, \quad (6)$$

und das interessierende Verhältnis im Gleichgewicht lautet

$$\frac{n_i}{n_{i+1}} = \frac{R_{i+1}}{C_i}. \quad (7)$$

Im Gleichgewicht lautet der relevante Teil von Glg. 4 deshalb

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = n_e (n_{i+1} R_{i+1} - n_i C_i).$$

Mit $n_{i+1} = n - n_i$ finden wir eine Differentialgleichung für n_i ,

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + n_e (R_{i+1} + C_i) n_i = n n_e R_{i+1}$$

deren allgemeinste Lösung lautet

$$n_i(t) = G(t) e^{-U(t)},$$

wo $U(t)$ die Stammfunktion des Koeffizienten $n_e (R_{i+1} + C_i)$ ist und die Inverse einer typischen Zeitskala für Ladungsmodifikationen definiert.

$$\tau_{i \leftrightarrow i+1} \doteq \frac{1}{n_e (C_i + R_{i+1})}.$$

Ionisations- und Rekombinationsraten

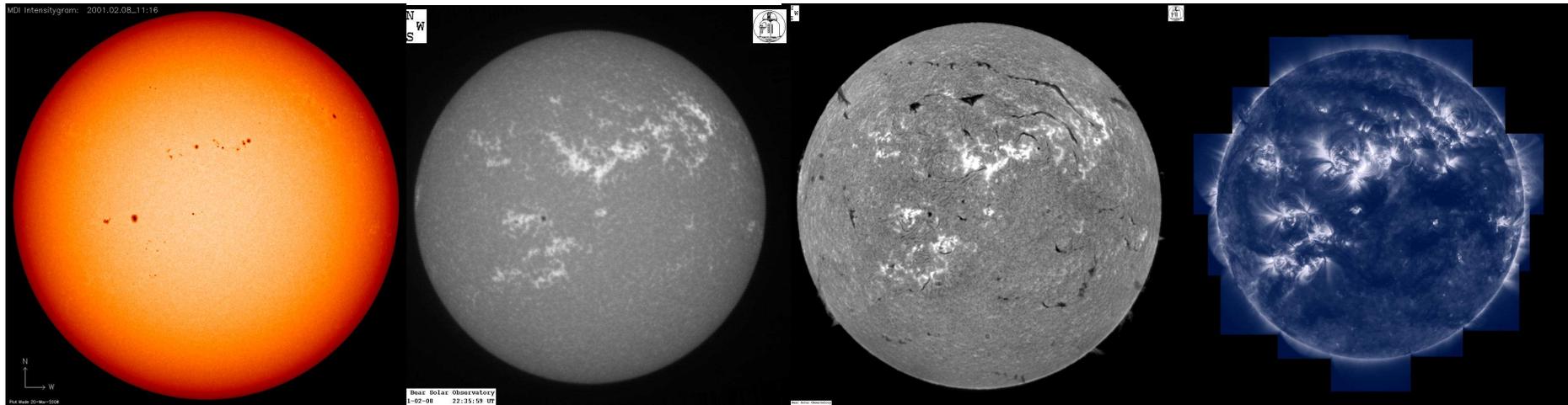
Verschiedene Prozesse führen zu Umladungen: direkte (Stoß-) Ionisation, Exzitation-Autoionisation, Radiative Rekombination, Ladungsaustausch, etc., die alle in der Regel energieabhängige Querschnitte σ haben. Der Erwartungswert für den Prozess findet man über Mittelung,

$$R \text{ oder } C = \langle \sigma \cdot v \rangle \doteq \int \sigma(v) v f(v) dv \text{ oder } \propto \int_0^\infty \sigma(E) E f(E) dE.$$

Man findet sie tabellarisch in Publikationen (z. B. Arnaud & Raymond, 1992, Mazzotta et al., 1998) oder in der sog. CHIANTI-Datenbank¹⁰.

¹⁰<http://www.chiantidatabase.org/>

Diagnostik der Korona – Das differentielle Emissionsmaß*

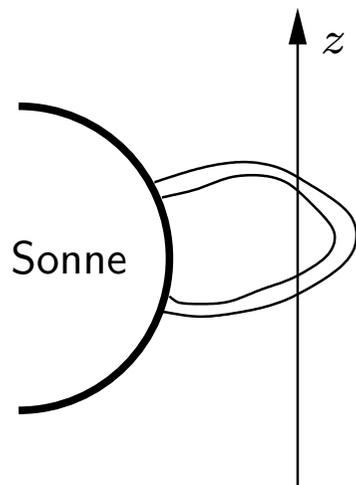


Die vier Aufnahmen zeigen die Sonne am 8. Februar 2001¹¹: im Kontinuum, in der Ca II K Linie bei ca. 10'000 K, in der Balmer- α Linie von H (bei ca. 20'000 K) und in der 171Å Linie von Fe IX bei ca. 1 MK, Die Regionen mit starkem Magnetfeld sind in Ca IIK und auch Ha hell sichtbar und münden in die koronalen Schleifen, die im Fe IX sichtbar sind. Die dunklen Filamente in H- α sind im Fe IX

¹¹SOHO/MDI: <http://soi.stanford.edu/sssc/>, BBSO, BBSO (<http://www.bbso.njit.edu/>), TRACE (<http://trace.lmsal.com>)

schwach in Absorption zu sehen.

Die Emission von Licht braucht eine Quelle, die sich in den verschiedenen Regionen der Sonne anders zusammensetzt. Das achtfach ionisierte Fe IX kann in der Photosphäre nicht vorkommen, weil es dort zu kalt ist und umgekehrt ist neutraler Wasserstoff in der Korona eher selten¹².



Die Intensität einer optisch dünnen Linie λ_{ij} , die von einem Übergang von einem Energieniveau E_j auf eines mit E_i stamme, ist

$$I(\lambda_{ij}) = \frac{h\nu_{ij}}{4\pi} \int N_j(X^{+m}) A_{ji} dz,$$

wo sich das Integral entlang der Sichtlinie erstreckt. A_{ji} ist der Einsteinkoeffizient für den Übergang $j \rightarrow i$ und $N_j(X^{+m})$ ist

¹²kommt aber sehr wohl vor!

die Dichte des emittierenden Ions. Diese wird oft als eine Reihe von Verhältnissen ausgedrückt:

$$N_j(X^{+m}) = \frac{N_j(X^{+m})}{N(X^{+m})} \frac{N(X^{+m})}{N(X)} \frac{N(X)}{N(H)} \frac{N(H)}{n_e} n_e, \quad (8)$$

wo $N(X^{+m})/N(X)$ den Ionisationsgrad des Ions X^{+m} relativ zur totalen Anzahldichte des Elementes X bedeutet. Wegen H:He \approx 10:1 wird bei vollständiger Ionisation der letzte Bruch als ~ 0.83 angenommen, für den zweitletzten nimmt man solare Häufigkeiten an, der dritt- und viertletzte wird z. B. mit CHIANTI berechnet. Man kürzt diesen länglichen Ausdruck in der sog. Beitragsfunktion ab

$$C(T, \lambda_{ij}, n_e) \doteq \frac{h\nu_{ij} A_{ji} N_j(X^{+m}) N(X^{+m})}{4\pi n_e N(X^{+m}) N(X)}, \quad (9)$$

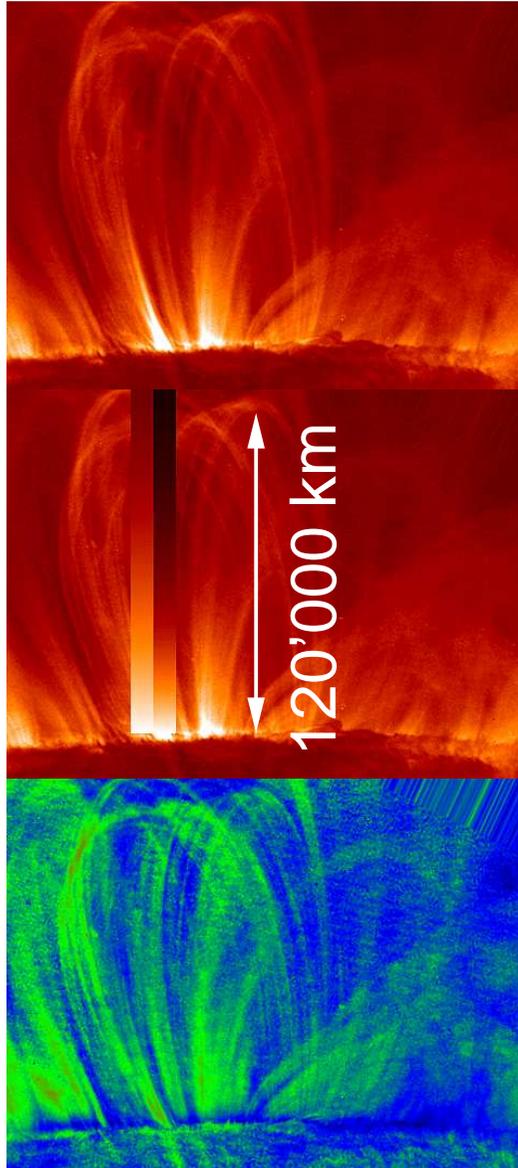
welche die Häufigkeit des Elementes $A_X = N(X)/N(H)$ nicht enthält. Mit diesen Größen kann man sich nun ein synthetisches Spektrum generieren.

Das differentielle Emissionsmaß $dEM(T)/dT$ gibt an, wieviel Plasma entlang der Sichtlinie zur emittierten Strahlung im Temperaturbereich $T, T + dT$ beiträgt.

$$\frac{dEM(T)}{dT} = n_e n_H \frac{dz}{dT}, \implies I(\lambda_{ij}) = A_X \int C(T, \lambda_{ij}, n_e) \frac{dEM(T)}{dT} dT.$$

Damit braucht es für eine quantitative Analyse der Korona drei Größen:

- 1.) Das koronale Dichteprofil $n(z) = n_e(z) \propto n_H(z)$ entlang der Sichtlinie
- 2.) Die Elementhäufigkeit A_X in der Quelle. Dafür werden oft solare Häufigkeiten verwendet, oder der Prozess wird iteriert.
- 3.) Die atomaren Parameter der Beitragsfunktion $C(T, \lambda_{ij}, n_e)$ entlang des Sichtstrahls. Dafür wird CHIANTI verwendet.



Koronale Schleifen

Koronale Schleifen sind viel dichter als die umgebende Korona. Weil die Intensität proportional zum Quadrat der Dichte ist, trägt die umgebende Korona fast nichts bei. Beide Aufnahmen (TRACE) oben zeigen die Wurzel der gemessenen Intensität der Fe IX 171Å Linie. Das Verhältnis der Intensitäten der Linien 195Å (von Fe XII) und 171Å unten zeigt, dass die Temperatur entlang den Schleifen bei etwa 1 MK recht konstant ist. In diesen isothermen Schleife beträgt die Skalenhöhe ca. 63'000 km, wir erwarten deshalb, dass die Dichte alle $\ln(2) * H \approx 44'000$ km um die Hälfte abnimmt. Darum sollte die Intensität wie im rechten Balken der mittleren Abb. abnehmen, nicht wie im linken mit doppelter Skalenhöhe. **Die Annahme der Stationarität kann nicht gelten!**

Strahlungsverlustrate und -funktion*

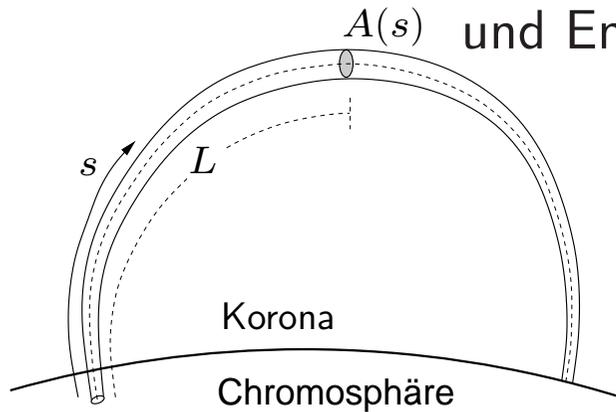
Die Korona strahlt in einer Vielzahl von Linien und verliert so Energie. Um diesen Energieverlust zu behandeln ist es oft sinnvoller, alle Linienintensitäten in einem Temperaturintervall aufzusummieren. Man findet für die **Strahlungsverlustrate**

$$E_R \propto n_e n_p \Lambda(T) \propto n_e^2 \Lambda(T), \quad (10)$$

wo $\Lambda(T)$ die **Strahlungsverlustfunktion** ist. In dieser Form sind die Beiträge der Elementhäufigkeiten und Atomphysik in der Strahlungsverlustfunktion isoliert. Diese zu berechnen ist entsprechend kompliziert. Es zeigt sich, dass zwischen Temperaturen von ca. 30'000 K und 10'000'000 K die Elemente C, O, Si und Fe die Strahlungsverlustfunktion dominieren, darüber gewinnt das Kontinuum. Damit ist klar, dass die Zusammensetzung der Korona für ihre Kühlung wichtig ist!

Beschreibung einer Schleife

Die Schleife muss die Kontinuitäts-, Impuls- (Bewegungs-) und Energiegleichungen erfüllen (vgl. P6_V5):



$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial s} (nvA) = 0, \quad (11)$$

$$mn \frac{\partial v}{\partial t} + mnv \frac{\partial v}{\partial s} = -\frac{\partial p}{\partial s} + \frac{\partial p_{\text{grav}}}{\partial r} \left(\frac{\partial r}{\partial s} \right), \quad (12)$$

$$mn \frac{\partial e}{\partial t} + \frac{mnv}{A} \frac{\partial eA}{\partial s} + \frac{p}{A} \frac{\partial v}{\partial s} = E_H(s) - E_R(s) - \frac{1}{A} \frac{\partial (F_C A)}{\partial s} \quad (13)$$

wo E_H die Heizrate und F_C der Wärmefluss durch Wärmeleitung ist. Spitzer und Härms haben 1953 gezeigt, dass dieser geschrieben werden kann als

$$F_C(s) = -\kappa T^{5/2}(s) \frac{dT(s)}{ds} = -\frac{2}{7} \kappa \frac{d}{ds} \left[T^{7/2}(s) \right],$$

wo κ der temperaturunabhängige Anteil der Spitzerleitfähigkeit (siehe P6_V2) ist. Die große Unbekannte ist die Heizfunktion in Glg. 13. Die einfachsten Möglichkeiten sind eine konstante Heizrate $E_H(s) = \text{const}$ oder eine exponentielle Heizrate $E_H(s) = E_0 \exp(-s/s_H)$. Die Gleichungen 11, 12 und 13 haben keine analytische Lösung.

Wir betrachten trotz der Überlegungen auf Seite 32 eine stationäre Schleife, $\partial/\partial t = 0$. Weil wir die Heizrate nicht kennen, ersetzen wir die Energiegleichung durch die Forderung, dass alle Prozesse adiabatisch ablaufen sollen, $\partial S/\partial s = 0$. Für ein adiabatisches Gas gilt

$$p\rho^{-\gamma} = \text{const.}$$

und damit

$$\frac{\partial}{\partial s} (p\rho^{-\gamma}) = 0, \text{ wo } \gamma = c_p/c_v = 5/3$$

für ein ideales Gas.

Wir verwenden die Produktregel und $p = \text{const.} \cdot \rho^\gamma$ und erhalten

$$\frac{\partial p}{\partial s} = \text{const.} \cdot \frac{\partial (\rho^\gamma)}{\partial s} = \gamma \cdot \text{const.} \cdot \rho^{\gamma-1} \frac{\partial \rho}{\partial s} = \left(\frac{\gamma p}{\rho} \right) \frac{\partial \rho}{\partial s} = c_s^2 \frac{\partial \rho}{\partial s} = m c_s^2 \frac{\partial n}{\partial s},$$

wo $c_s = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$ die Schallgeschwindigkeit ist. Mit der Kontinuitätsgleichung (11) können wir den Ausdruck für $\partial n / \partial s$ umformen

$$\frac{\partial p}{\partial s} = -m c_s^2 \left(\frac{n}{v} \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{n}{A} \frac{\partial A}{\partial s} \right).$$

Der Querschnitt der Schleife $A(s)$ sei ja bekannt. Wir haben jetzt immer noch zwei unbekannte Funktionen, v und p , aber auch noch eine weitere Gleichung, die Bewegungsgleichung, die wir ausnutzen können. Weil koronale Schleifen kleiner sind als der Radius der Sonne, nähern wir die Gravitation als konstant. Deshalb

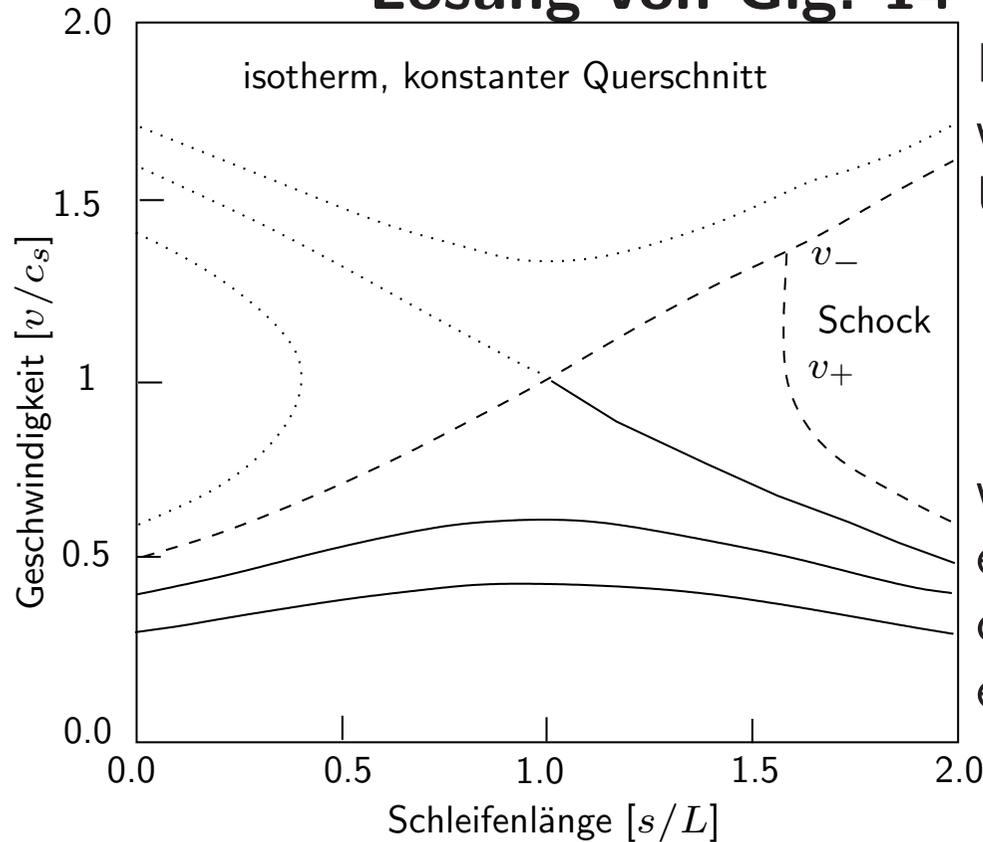
gilt $\partial p_{\text{grav}}/\partial r \approx -mng_{\odot}$. Wir setzen den soeben gefundenen Ausdruck für $\partial p/\partial s$ in die Bewegungsgleichung (Glg. 12) ein und erhalten

$$\begin{aligned}
 mnv \frac{\partial v}{\partial s} &= mc_s^2 \left(\frac{n \partial v}{v \partial s} + \frac{n \partial A}{A \partial s} \right) - mng_{\odot} \frac{\partial r}{\partial s}, \\
 \left(v - \frac{c_s^2}{v} \right) \frac{\partial v}{\partial s} &= \frac{c_s^2 \partial A}{A \partial s} - g_{\odot} \frac{\partial r}{\partial s},
 \end{aligned} \tag{14}$$

was eine Differentialgleichung für die Geschwindigkeit $v(s)$ entlang der Schleife ist. Die beiden Ausdrücke $\partial A/\partial s$ und $\partial r/\partial s$ sind durch die Geometrie der Schleife bestimmt. Nehmen wir z. B. einen Halbkreis, der auf der Sonne steht, dann ist

$$r(s) = \frac{2L}{\pi} \sin \left(\frac{\pi s}{2L} \right) \implies \frac{\partial r}{\partial s} = \cos \left(\frac{\pi s}{2L} \right).$$

Lösung von Glg. 14 – Der Siphonfluss



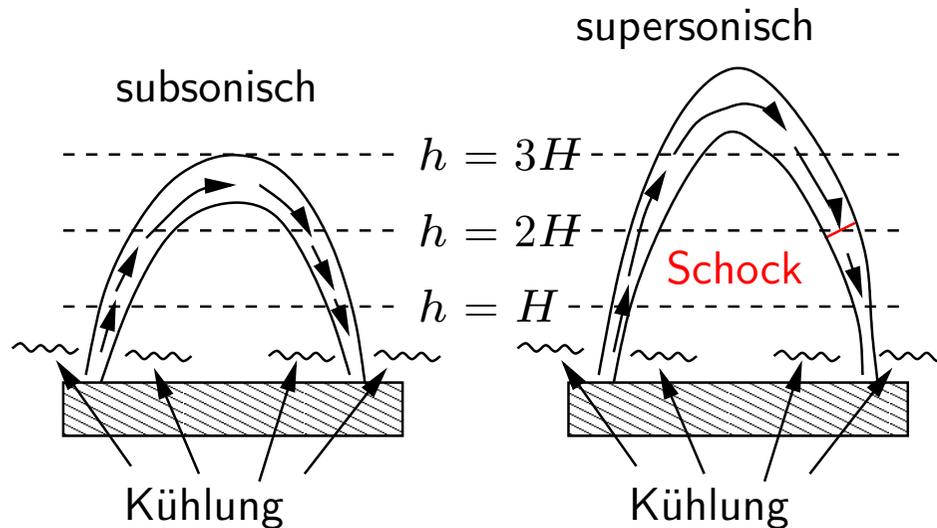
Mit $\partial v/\partial s = 1/(2v)\partial v^2/\partial s$ können wir die Gleichung lösen. Nach wenig Umformen erhalten wir

$$(v^2 - c_s^2) \frac{1}{2v^2} \frac{\partial v^2}{\partial s} = -g_{\odot} \cos\left(\frac{\pi s}{2L}\right),$$

wo wir der Einfachheit halber einen konstanten Querschnitt $A(s) = \text{const.}$ angenommen haben. Dies kann einfach integriert werden,

$$\frac{1}{2} \int dv^2 - \frac{c_s^2}{2} \int \frac{dv^2}{v^2} = -g_{\odot} \int \cos\left(\frac{\pi s}{2L}\right) ds.$$

Der Siphonfluss



Die Lösungen zeigen Schleifen, die überall subsonisch sind und andere, die supersonisch werden. In diesen muss sich im anderen Bein ein Schock entwickeln. Supersonische Siphonflüsse treten auf, wenn die Anfangsgeschwindigkeit groß genug ist, oder die Schleife mehrere Skalenhöhen hoch ist. Das so-

eben besprochene Modell ist natürlich sehr stark vereinfacht, interessanterweise sind die Resultate von vollen hydrodynamischen Simulationen nicht sehr verschieden von unseren.

Wegen der Kontinuitätsgleichung ändert sich in einer subsonischen Schleife die Dichte entlang der Schleife nicht dramatisch. Dies könnte die Beobachtung erklären, dass Schleifen nicht hydrostatisch sind.