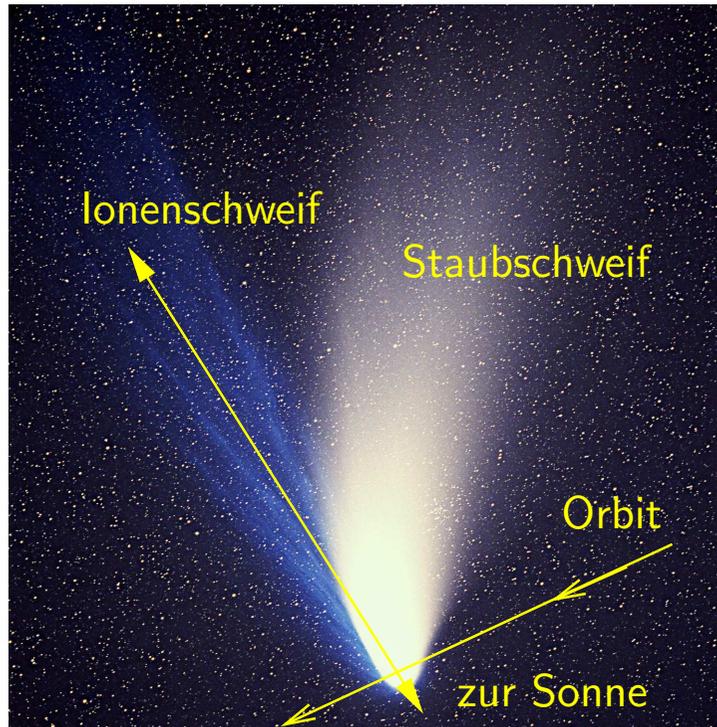


Historisches zum Sonnenwind



retisches Modell vorgeschlagen, welches den Sonnenwind als überschallschnelle Strömung erklärt.

Die Idee, dass die Sonne einen Strom von geladenen Partikeln emittieren könnte, geht auf das Ende des 19. Jahrhundert zurück. Birkeland, Fitzgerald und Lodge hatten erkannt, dass doppelte Kometenschweife und Aurorae eine kontinuierliche und ca. 450 km/s schnelle Partikelstrahlung von der Sonne verlangten.

Biermann hat diese Ideen in den frühen 1950er-Jahren aufgegriffen und den Sonnenwind postuliert, der ein Jahrzehnt später erstmals in situ gemessen wurde.

Parker konnte dann 1958 als Erster ein theoretisches Modell vorgeschlagen, welches den Sonnenwind als überschallschnelle

Das statische Modell von Chapman (1957)

S. Chapman hat ein statisches, kugelsymmetrisches Modell der Korona untersucht. Die hydrostatische Gleichung lautet dann

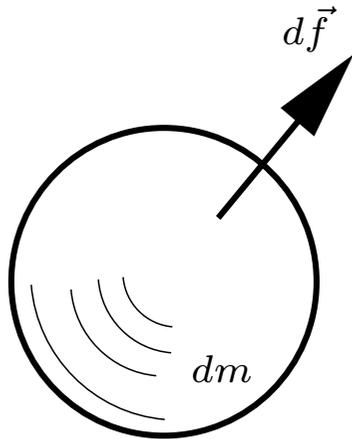
$$\frac{dp}{dr} = -\rho g = -\frac{GM_{\odot}\rho}{r^2}, \quad \text{wo} \quad \rho = \frac{\tilde{\mu}p}{RT}, \quad (1)$$

R die universelle Gaskonstante und $\tilde{\mu}$ die mittlere molare Masse sei. Der Druck bei einem beliebigen Radius berechnet sich dann als Integral von Glg. 1,

$$p(r) = p_0 \exp\left(-\int_{r_0}^r \frac{2r_c T_0}{r^2 T(r)} dr\right), \quad \text{wo} \quad r_c = \frac{GM_{\odot}\tilde{\mu}}{2RT_0}. \quad (2)$$

Übung 1. Bestimmen Sie $\rho(r)$ und $p(r)$ für eine isotherme Korona und eine durch Wärmeleitung geheizte, $4\pi r^2 \kappa \, dT/dr = \text{const.}$ auch für $r \rightarrow \infty$.

Parkermodell (1958)



Das Problem mit Chapmans Modell war, dass $\lim_{r \rightarrow \infty} p(r)$ viel größer war, als der interstellare Druck und dass $\lim_{r \rightarrow \infty} \rho(r) \propto p/T \rightarrow \infty$, was offensichtlich nicht stimmen kann. Parker hat dieses Problem 1958 mit einem hydrodynamischen Modell gelöst.

Wir betrachten eine sphärisch symmetrische Korona, welche sich stationär ausbreitet, so dass alle Größen nur von r , nicht aber von der Zeit abhängen. Das expandierende Gas muss die Kontinuitätsgleichung erfüllen

$$-\frac{\partial \rho}{\partial t} = \vec{\nabla} (\rho \vec{u}) = 0, \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \rho u) = 0 \quad (3)$$

in Kugelkoordinaten. Auf ein Gasvolumen (links) wirken die Gravitation und der

Druckgradient

$$\vec{F}_{\text{Druck}} = - \int_{\partial V} P d\vec{A} = - \int \vec{\nabla} P dV \quad \text{nach Stokes.} \quad (4)$$

In unserer Modellatmosphäre haben wir also die folgende Bewegungsgleichung,

$$\rho \frac{d^2 r}{dt^2} = - \frac{G M_{\odot} \rho}{r^2} - \frac{dP}{dr}. \quad (5)$$

Wir wollen den Massenfluss von der Sonne weg bestimmen und schreiben diese Gleichung deshalb um in eine Gleichung, welche die Geschwindigkeit explizit enthält. Mit

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{du}{dt} = \frac{du}{dr} \frac{dr}{dt} = u \frac{du}{dr} \quad (6)$$

wird Glg. 5 zu

$$\rho u \frac{du}{dr} = -\frac{G M_{\odot} \rho}{r^2} - \frac{dP}{dr}. \quad (7)$$

Der Druck $P(r)$ wird eigentlich durch die Energiegleichung bestimmt

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[r^2 \rho u \left(\frac{1}{2} u^2 + \frac{3P}{2\rho} \right) \right] = -\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 P u) - \rho u \frac{GM_{\odot}}{r^2} + S(r), \quad (8)$$

wo $S(r)$ ein Term ist, welcher Energiequellen oder -senken beschreibt, wie z.B. Strahlung oder Wärmeleitung.

Wie in P6_V5 besprochen, muss das System von Kontinuitäts-, Bewegungs- und Energiegleichung irgendwie geschlossen werden. Im einfachen hier betrachteten Modell wird letztere durch eine Polytropennäherung ersetzt,

$$P = P_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\alpha}, \quad (9)$$

wo der Polytropenindex $\alpha = 1$ für eine isotherme Korona gilt. Dieser Ansatz macht eine implizite Annahme über den Quellterm $S(r)$, welcher nicht unbedingt der Realität entsprechen muss. Für eine isotherme Korona ist die Temperatur in der Korona überall gleich groß. Dies ist gewährleistet, wenn $T = \frac{1}{2}(T_e + T_p)$ überall gleich groß ist. Dann gilt für ein ideales Gas $P = 2nkT$. Damit lassen sich Gleichungen 3 und 7 umschreiben zu

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 n u) = 0 \quad (10)$$

und

$$n m u \frac{du}{dr} = -2kT \frac{dn}{dr} - nm \frac{GM_\odot}{r^2}. \quad (11)$$

Die Kontinuitätsgleichung (Glg. 10) sagt uns, dass der Massenfluss durch sonnenzentrierte Kugelflächen immer gleich groß bleibt und deshalb unabhängig vom

Kugelradius ist,

$$4\pi n u r^2 = I = \text{const.} \quad (12)$$

Wir leiten diesen Ausdruck nach r ab und lösen die entstandene Gleichung nach $\frac{dn}{dr}$ auf, welches wir dann in Glg. 11 einsetzen. Nach wenig Arithmetik erhalten wir

$$\frac{1}{u} \frac{du}{dr} \left(u^2 - \frac{2kT}{m} \right) = \frac{4kT}{mr} - \frac{GM_{\odot}}{r^2}, \quad (13)$$

welche das Verhalten von $u(r)$ durch einen einzigen Parameter, der Temperatur T , bestimmt. Diese nehmen wir in diesem einfachen aber deshalb auch unrealistischen Modell als konstant an, womit die Dynamik des Windes bestimmt ist.

Lösung des Parkermodells

Wir definieren den inneren Rand, die Basis der Korona, als r_0 und beschränken uns auf Temperaturen $T < GM_\odot m / (4kr_0)$. Sollten wir T größer wünschen, könnte r_0 ohne weiteres kleiner gewählt werden.

Die rechte Seite von Glg. 13 ist negativ für $r_0 < r < r_c$, wo

$$r_c = \frac{GM_\odot m}{4kT}, \quad (14)$$

der sogenannte kritische Radius ist. Oberhalb dieses Radius ist die rechte Seite von Glg. 13 positiv. An der Nullstelle muss entweder

$$u^2(r_c) \doteq u_c^2 = \frac{2kT}{m}, \quad \text{oder} \quad \left. \frac{1}{u} \frac{du}{dr} \right|_{r=r_c} = 0 \quad \text{gelten.} \quad (15)$$

Wir suchen stetige und eindeutige Lösungen der Gleichung 13. Im Falle, dass Glg. 15a zutrifft, darf $\frac{du}{dr}$ das Vorzeichen nicht wechseln und folglich ist die Lösung entweder monoton steigend oder monoton fallend. Im Falle von Glg. 15b ändert $u_c^2 - \frac{2kT}{m}$ das Vorzeichen nicht, wohl aber $\frac{du}{dr}$. Diese Lösung erreicht also bei $r = r_c$ ein Extremum. Folglich ergeben sich aus Glg. 13 vier Klassen von Lösungen:

- 1: $u(r)$ steigt monoton bis $r = r_c$, wo ein Maximum erreicht wird, um dann wieder abzunehmen,
- 2: $u(r)$ nimmt monoton ab und erreicht bei $r = r_c$ den Wert $u^2(r_c) = 2kT/m$,
- 3: $u(r)$ steigt monoton und erreicht bei $r = r_c$ den Wert $u^2(r_c) = 2kT/m$,
- 4: $u(r)$ nimmt monoton ab bis $r = r_c$, erreicht dort ein Minimum, um anschließend wieder zu steigen.

Die vier Klassen unterscheiden sich durch verschiedene Randbedingungen bei $r = r_0$ und $r \rightarrow \infty$. Klassen 2 und 4 sind nicht physikalisch, weil sie für kleine r eine wesentlich größere Geschwindigkeit aufweisen, als die thermische Geschwindigkeit des Gases. Klassen 1 und 3 unterscheiden sich für $r \rightarrow \infty$. Dazu schreiben wir die Ableitung $\frac{du}{dr}$ um als $(1/2u)(du^2/dr)$ und erhalten für Glg. 13

$$\frac{1}{2} \frac{du^2}{dr} \left(1 - \frac{2kT}{m} \frac{1}{u^2} \right) = \frac{4kT}{mr} - \frac{GM_{\odot}}{r^2}. \quad (16)$$

Diese lässt sich einfach lösen, indem man mit dr multipliziert und anschließend links nach du^2 und rechts nach dr integriert. Die Lösung $u(r)$ wird beschrieben durch

$$\left(\frac{u}{u_c} \right)^2 - \ln \left(\frac{u}{u_c} \right)^2 = 4 \ln r + \frac{GM_{\odot}m}{kTr} + \ln(u_c^2) + C', \text{ wo } u_c = u(r_c). \quad (17)$$

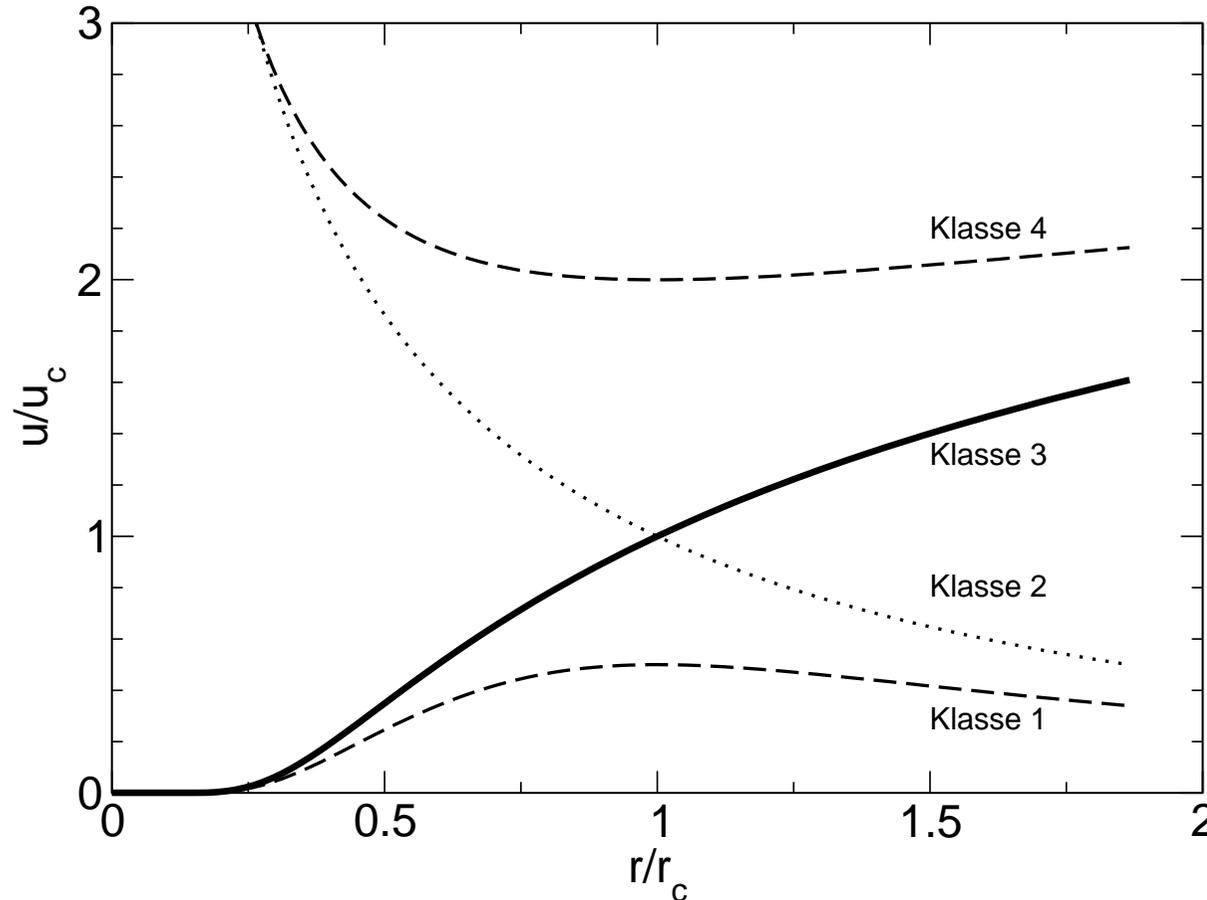
Die Integrationskonstante C' bestimmt das Verhalten der vier Lösungsklassen. Für Klassen 2 und 3 verlangen wir gemäß den vorherigen Überlegungen, dass am kritischen Radius r_c gilt $u = u_c$. Wir erhalten so die Lösung von Glg. 13 in impliziter Form,

$$u^2 - u_c^2 - u_c^2 \ln \left(\frac{u}{u_c} \right)^2 = 4u_c^2 \ln \left(\frac{r}{r_c} \right) + 2GM_\odot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_c} \right). \quad (18)$$

Für die beiden anderen Klassen 1 und 4 gelten andere Randbedingungen, d.h. die Integrationskonstante lautet anders. Diese legen wir so fest, dass am kritischen Radius $u(r_c) = \tilde{u}$ gilt. Die allgemeine Lösung lautet in diesem Fall

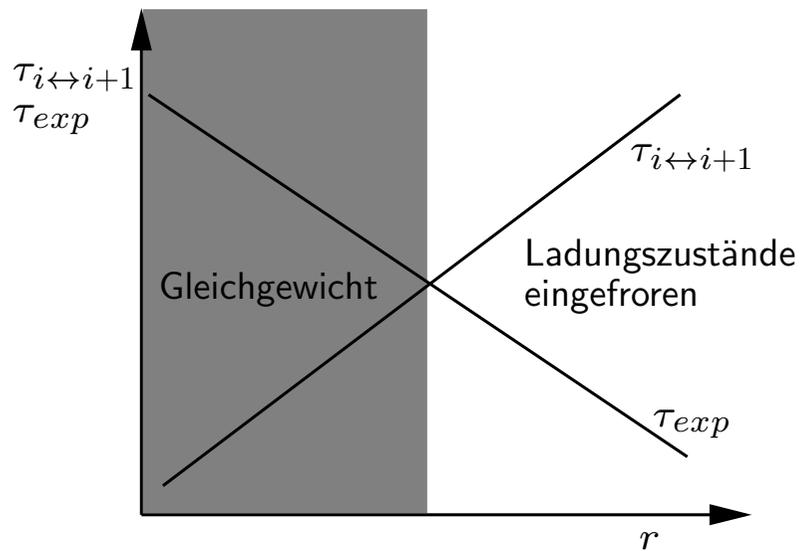
$$\left(\frac{u}{u_c} \right)^2 - \left(\frac{\tilde{u}}{u_c} \right)^2 - 2 \ln \left(\frac{u}{\tilde{u}} \right) + 4 \left(1 - \ln \left(\frac{r}{r_c} \right) - \frac{r_c}{r} \right) = 0. \quad (19)$$

Lösung des Parkermodells II



Das Parkermodell ist stark vereinfacht, führt aber zu einem supersonischen Sonnenwind. Die Geschwindigkeit ist gegeben durch die Temperatur der Korona. Höhere koronale Temperaturen führen zu einem schnelleren Wind. Beobachtet wird allerdings, dass der schnelle Sonnenwind aus kühlen koronalen Löchern stammt.

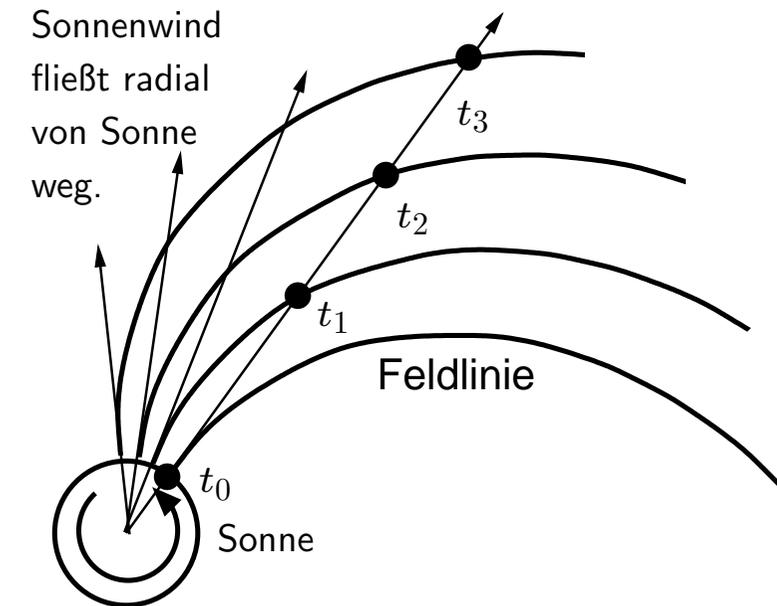
Eingefrorene Ladungszustände



In P6_V7 hatten wir gesehen, dass die Ionen in der Korona in einem komplexen Zusammenspiel von Ionisation und Rekombination ionisiert werden. Wir sind nun in der Lage, die damals fehlende Geschwindigkeit anzugeben und das System von Gleichungen zu lösen. Einen wichtigen Punkt sehen wir allerdings auch ohne eine vollständige Lösung. Die Beschleunigung des Sonnenwindes führt

zu einer abnehmenden Zeitskala τ_{exp} für die Expansion während die Zeit für Ladungsmodifikation $\tau_{i \leftrightarrow i+1}$ zunimmt. Die Ladungszustände frieren ein. Weil τ_{exp} für alle Ionen gleich ist, $\tau_{i \leftrightarrow i+1}$ aber verschieden, frieren verschiedene Paare bei verschiedenen Höhen ein. Schwere Sonnenwindionen können als Thermometer für das Temperaturprofil in der Korona verwendet werden.

Eingefrorene Feldlinien, Parkerspirale

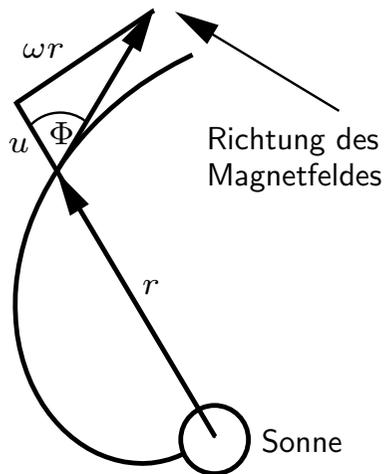


Wir sind nun in der Lage, das Verhalten des Magnetfeldes im interplanetaren Medium zu bestimmen. Das Sonnenwindplasma trägt das Magnetfeld mit sich radial von der Sonne weg. Weil sich die Sonne um sich selber dreht, tritt der "Rasensprengereffekt" auf und das Magnetfeld wickelt sich wie eine archimedische Spirale auf. Zu Ehren Parkers heißt sie in diesem Zusammenhang Parkerspirale. In einem mit der Sonne rotierenden Bezugssystem lauten die Geschwindigkeitskomponenten des Sonnenwindes in Kugelkoordinaten

$$u_r = u, \quad u_\phi = -r\omega \sin \theta, \quad u_\theta = 0, \quad (20)$$

wo $\omega = 2.7 \times 10^{-6}$ Radian pro Sekunde die Winkelgeschwindigkeit der Sonnen-

rotation und θ vom Nordpol her gemessen ist.



u_ϕ ist ausschliesslich darauf zurückzuführen, dass wir uns in ein mitrotierendes System versetzt haben. In einem ortsfesten System fließt der Sonnenwind radial von der Sonne weg. Im mitrotierenden System erhält der Sonnenwind eine nicht-radiale Geschwindigkeitskomponente u_ϕ . Der Winkel Φ zwischen einer eingefrorenen und mitbewegten Magnetfeldlinie und der Radialen beträgt nach der Abb. links

$$\cos(\Phi) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega r \sin \theta}{u}\right)^2}}. \quad (21)$$

u_ϕ kann auch geschrieben werden als $r d\phi/dt$ und damit lässt sich eine Differen-

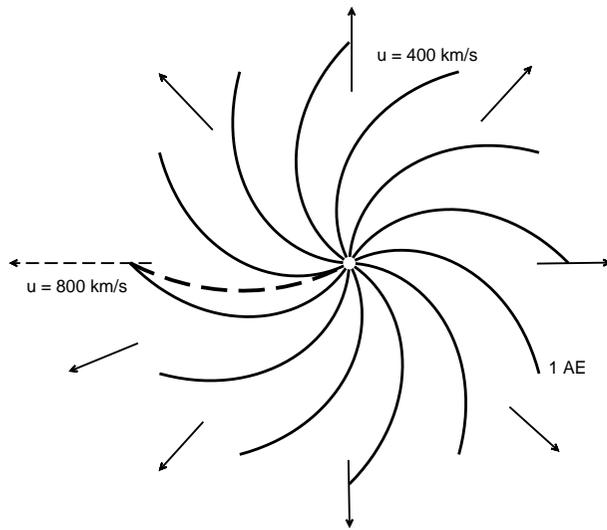
Differentialgleichung für die Bewegung des Magnetfeldes aufstellen

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{d\phi} = \frac{u_r}{u_\phi} = \frac{u}{-\omega r \sin \theta}, \quad \theta = \text{const.} \quad (22)$$

Für große Abstände von der Sonne $r \gg r_c$ ist die Geschwindigkeit des Sonnenwindes nahezu konstant und wir können dort in guter Näherung $u(r) = u$ konstant setzen. Damit wird Glg. 22 leicht integrierbar und ergibt die explizite Form der Feldlinien (also der Parkerspirale)

$$r - r_0 = \frac{-u}{\omega \sin \theta} (\phi - \phi_0), \quad (23)$$

wo ϕ_0 die Anfangsposition bei r_0 ist. Die entstehende Magnetfeldkonfiguration im interplanetaren Medium ist in der Abb. auf der nächsten Folie wiedergegeben.



Bei einer kleinen Geschwindigkeit werden die Feldlinien stärker aufgewickelt. Weil die Feldlinien mit dem Plasma mitfließen, erfährt dieses auch keine Lorentzkraft. Die einzelnen Teilchen im Plasma fühlen nur Kräfte, welche auf ihre thermische Bewegung im Plasma zurückzuführen sind. Teilchenpopulationen, welche sich relativ zum Sonnenwind bewegen, spüren aber das an ihnen vorbeikonvektierte Magnetfeld. Dies ist für Transportprozesse in der Heliosphäre von grundlegender Bedeutung.

Wir können nun die einzelnen Komponenten des Magnetfeldes berechnen. In Kugelkoordinaten geschrieben lautet die Quellenfreiheit des Magnetfeldes

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 B_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta B_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} B_\phi = 0. \quad (24)$$

In der Approximation der eingefrorenen Feldlinien ist nach der Abb. auf S. 15

$$\frac{B_\phi}{B_r} = \frac{u_\phi}{u_r} = -\frac{\omega r \sin \theta}{u}. \quad (25)$$

Damit kann B_ϕ durch B_r ausgedrückt werden und wegen der Axialsymmetrie muss ferner auch

$$\frac{\partial B_r}{\partial \phi} = 0 \quad (26)$$

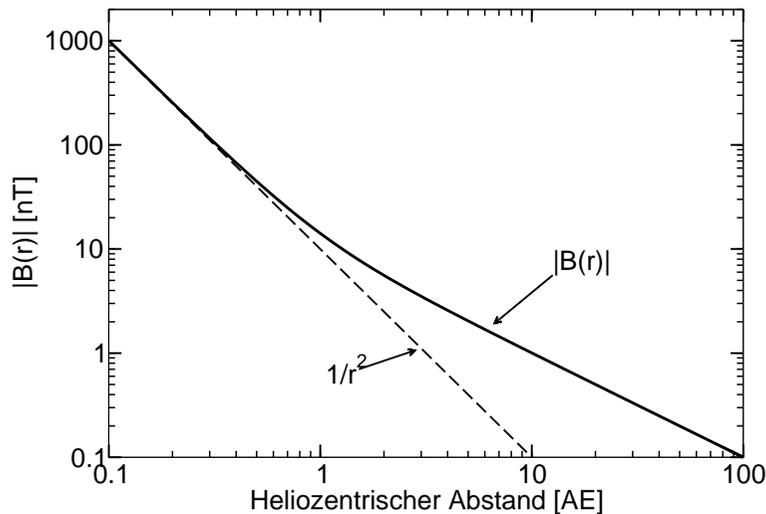
gelten. B_θ ist wegen $u_\theta = 0$ gleich Null. Damit vereinfacht sich Glg. 24 zu

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 B_r) = 0 \quad (27)$$

und folglich muss $B_r \sim 1/r^2$ sein. Wir führen die Referenzgrösse $B_0 \doteq B_r(r_0, \phi_0)$

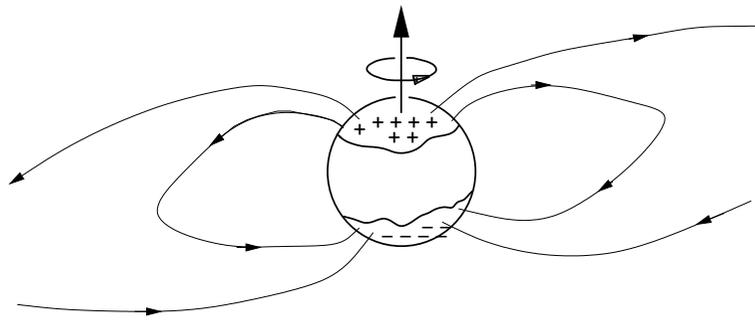
ein. Damit lauten die Komponenten des interplanetaren Magnetfeldes

$$B_r = -B_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2, \quad B_\theta = 0, \quad B_\phi = -B_0 \frac{\omega r_0^2 \sin \theta}{u r}. \quad (28)$$



Wie aus der linken und rechten Gleichung ersichtlich ist, kann die radiale Abhängigkeit des gesamten Betrags des Magnetfeldes nicht wie $1/r^2$ abnehmen, sondern muss noch einen Term $1/r$ enthalten. Dieser Beitrag stammt von der immer mehr zunehmenden Aufwicklung des Magnetfeldes. Das Verhalten von $|B(r)|$ ist links dargestellt. Dieses Verhalten spielt für die Ausbreitung von Plasmawellen im interplanetaren

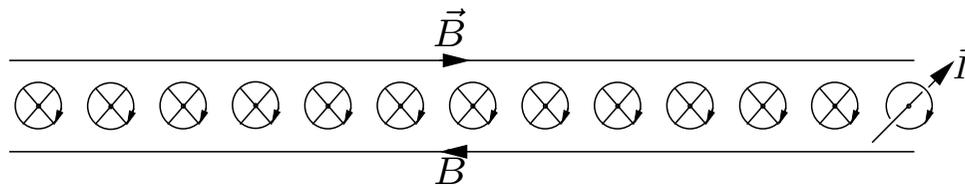
Medium eine wesentliche Rolle, weil es bedeutet, dass die Schallgeschwindigkeit und die Alfvéngeschwindigkeit nicht dieselbe radiale Abhängigkeit haben.



Während des Aktivitätsminimums der Sonne gleicht die magnetische Konfiguration der eines Dipols, allerdings verfälscht durch die Expansion des Sonnenwindes. Große koronale Löcher bedecken Nord- und Südpol. Koronale Löcher sind Gebiete mit unipolarem Magnetfeld, welches

durch die Expansion des Sonnenwindes geöffnet ist, d.h. die Feldlinien sind mit einem Fuß mit der Sonnenoberfläche und mit dem andern irgendwo mit dem interstellaren Medium verbunden. Natürlich muss nach Maxwell $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ sein, dies bedeutet lediglich, dass gleich viel positiver, wie negativer Fluss die Quellfläche verlassen muss. Die Region zwischen den gut ausgebildeten unipolaren koronalen Löchern besteht hauptsächlich aus geschlossenen Feldlinien. Hier ist die Expansionsgeschwindigkeit des Sonnenwindes zu klein, um die Feldlinien über den kritischen (Alfvén-)radius hinaus zu ziehen. Aus diesen Gebieten entweicht kein Sonnenwind weil die kritische Geschwindigkeit kleiner ist als die Entweichge-

schwindigkeit der Sonne, was zu einer hohen Dichte (bis zu 100 Mal dichter als in koronalen Löchern) führt. Der Sonnenwind strömt hier wahrscheinlich entlang der Grenzen zwischen den offenen und geschlossenen Feldlinien ins interplanetare Medium¹. Damit muss diese großräumig in zwei unipolare Hälften geteilt sein, welche durch eine Stromschicht, der sog. heliosphärischen Stromschicht (heliospheric current sheet) getrennt sind.



¹Der Ursprung des langsamen Sonnenwindes ist nicht bekannt.