Schwingungen

Im Experiment sehen wir, dass die Kraft, die man zum Auslenken einer Feder braucht, proportional zur Auslenkung ist. Mit

$$\text{Kraft} = \text{Masse} \cdot \text{Beschleunigung, also } \underline{F = m \cdot a}, \text{ oder } \underline{F = m \cdot \ddot{x}}$$

erhalten wir die sogenannte **Bewegungsgleichung** für die Feder:

$$\ddot{x} = -\frac{D}{m}x.$$

Im allgemeinsten Fall kann man diese Gleichung lösen mit

$$x(t) = a\sin(\omega t + \phi), \text{ wo } \omega^2 = \frac{D}{m}$$

und a die Amplitude, ω die Frequenz und ϕ die Phase der Schwingung bedeutet.

Gedämpfte Schwingungen

Reibungsverluste z. B. in Luft oder in einer Flüssigkeit führen zu einer Dämpfung einer Schwingung. Zur rücktreibenden Kraft $\vec{F} = -D\vec{x}$ kommt z. B. eine Reibungskraft, die proportional zur momentanen Geschwindigkeit $\vec{v}$ des Massenpunktes (oder des Pendels) ist. Die Bewegungsgleichung (Schwingungsgleichung) lautet nun

$$m\ddot{x} = -b\dot{x} - Dx,$$

welche oft vereinfacht geschrieben wird

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \qquad \text{wo } \ \omega_0^2 = \frac{D}{m} \ \text{ und } \ 2\gamma = \frac{b}{m}.$$

Ansatz $x(t) = c\exp(\lambda t)$ und Einsetzen in die Schwingungsgleichung:

$$\lambda^2 + 2\gamma\lambda + \omega_0^2 = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}.$$

Die allgemeinste Lösung lautet nun

$$x(t) = e^{-\gamma t}\left(C_1 e^{(\gamma^2-\omega_0^2)^{1/2}t} + C_2 e^{-(\gamma^2-\omega_0^2)^{1/2}t}\right).$$

Eine reelle Lösung ist wieder nur möglich, wenn C_1 und C_2 konjugiert komplex sind. Offensichtlich spielt das Verhältnis der rücktreibenden Kraft zur Reibungskraft für die Natur der Schwingung eine entscheidende Rolle:

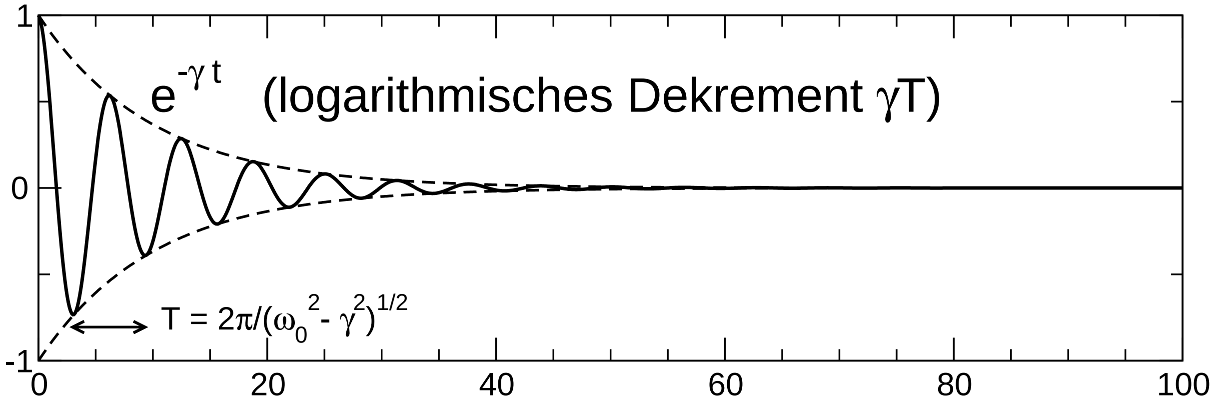
$\gamma < \omega_0$	schwache Dämpfung
$\gamma = \omega_0$	aperiodischer Grenzfall
$\gamma > \omega_0$	starke Dämpfung

Schwache Dämpfung: $\gamma < \omega_0$

Definiere $\omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$, womit $\lambda = -\gamma \pm i\omega$. Damit

$$x(t) = e^{-\gamma t}\left(Ce^{i\omega t} + \bar{C}e^{-i\omega t}\right) = Ae^{-\gamma t}\cos\left(\omega t + \phi\right), \quad \text{weil}$$

C als $|C|e^{i\phi}$ und $\bar{C}$ als $|C|e^{-i\phi}$ geschrieben werden kann. Dies beschreibt eine gedämpfte Schwingung, deren Amplitude exponentiell abnimmt, $A\exp(-\gamma t)$.



Erzwungene Schwingungen

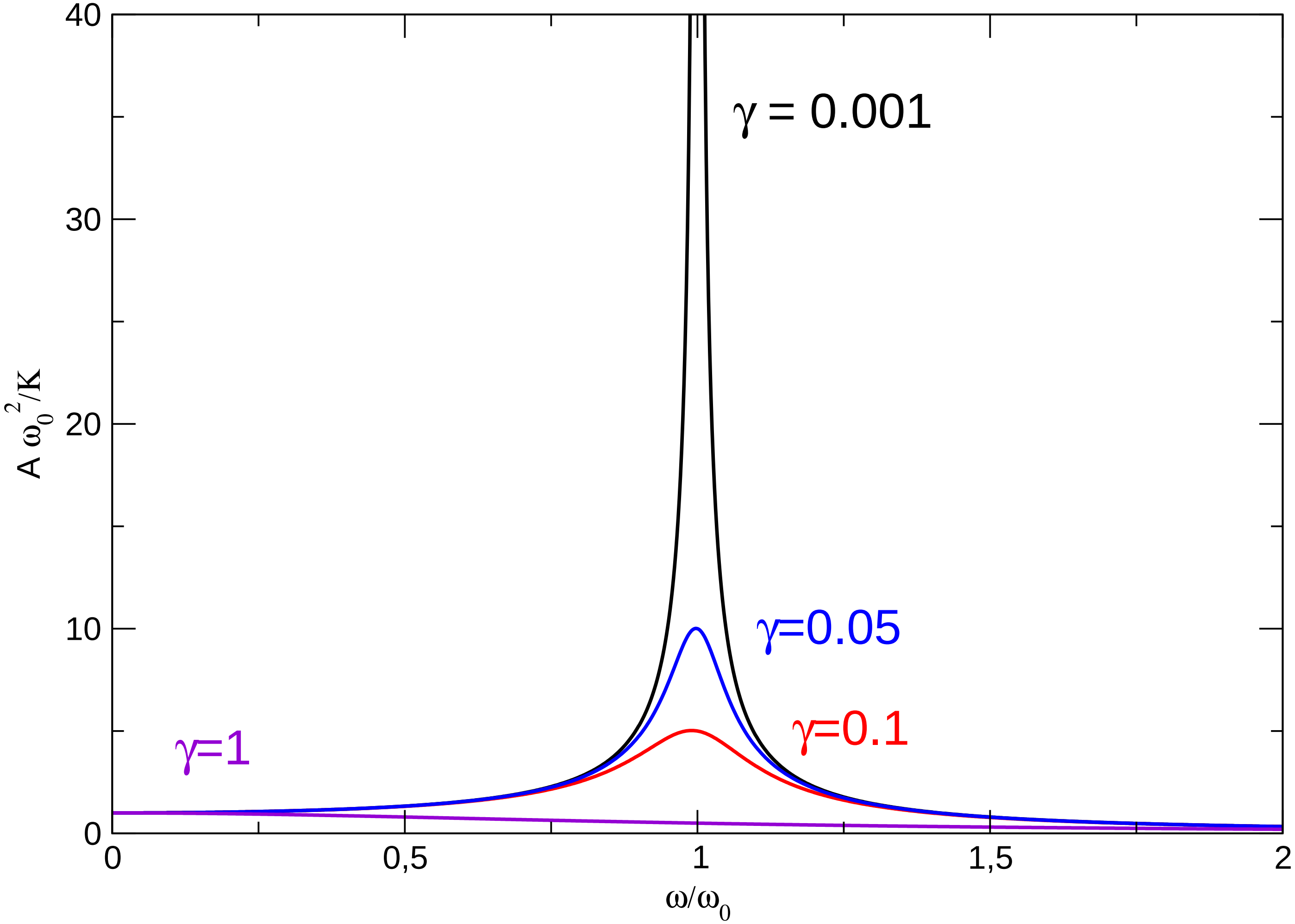
Oft wird eine Schwingung angeregt oder erzwungen durch eine ortsunabhängige, periodische Kraft $F = Fe^{i\omega t}$. Die nun komplitiertere, inhomogene Schwingungsgleichung lautet dann

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = Ke^{i\omega t}, \quad \text{wo} \quad K = \frac{F}{m},$$

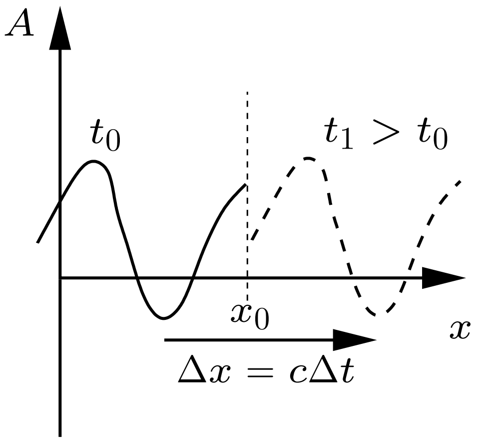
und kann mit dem Ansatz $x(t) = Ae^{i\omega t}$ gelöst werden,. . .

$$A = \frac{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right) - 2i\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2) + \left(2\gamma\omega\right)^2} K.$$

Dabei zeigt es sich, dass **Resonanz** bei $\omega^2 = \omega_0^2 - 2\gamma^2$ auftreten kann:


40
30
20
10
0
0
0,5
1
1,5
2
ω/ω0
A ω0 2/K
γ = 0.001
γ=0.05
γ=0.1
γ=1

Akustik - Physik des Schalls Ausbreitung von Wellen



Wir betrachten vorerst nur die die Ausbreitung von Wellen. In der Abbildung nebenan bewegt sich eine Welle von links nach rechts und legt in einer Zeit $\Delta t = t_1 - t_0$ den Weg $\Delta x = c\Delta t$ zurück, wo c ihre Geschwindigkeit ist. Der Teil der Welle, der zur Zeit t_0 an der Stelle x_0 war hat sich zur Zeit t_1 nach $x_0 + \Delta x$ bewegt, allg. $x = x_0 + ct$. Zur Zeit t_0 ist die Welle eine Funktion $A(x)$; eine Zeit Δt später hat sie sich um Δx nach rechts bewegt, sich aber sonst nicht verändert, folglich

$$A(x - ct) = A\left(x + \Delta x - c(t + \Delta t)\right).$$

Wenn sie sich nach links bewegt, ändert sich nur das Vorzeichen von c. Nun wollen wir diese rein kinematische Beschreibung ersetzen durch eine Herleitung der Ausbreitungseigenschaften von Wellen. Dazu brauchen wir eine Beschreibung von drei Prozessen:

I Das Gas bewegt sich und ändert die Dichte im Gas

II Der Dichteänderung entspricht eine Druckänderung

III Das Ungleichgewicht im Druck führt zu einem Gradienten und damit zu einer Kraft und Bewegung.

Wir folgen Feynman und besprechen zuerst den zweiten Punkt. Der Druck in einem Gas ist u. a. eine Funktion der Dichte im Gas, $P = f(\rho)$. Der durch Schall erzeugte Druck ist sehr klein, zur Charakterisierung verwendet man deshalb die Größe Dezibel

$$\text{Schalldruckpegel:}\quad L_p = 20 \log \frac{p_{\text{eff}}}{p_{\text{eff},0}} \,\mathrm{dB},$$

wo $p_{\mathrm{eff},0} = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa, bzw. etwa zwei zehn-Milliardstel des Atmosphärendrucks. Ein Druckunterschied von $2 \cdot 10^{-7}$ bar entspricht etwa 60 dB, dem Schalldruckpegel eines normalen Gesprächs. Unser Sprechen ist also mit einer Druckveränderung von 1 in zehn Millionen verbunden, unsere Ohren haben keine Mühe, dies selbst auf eine größere Distanz zu hören, bzw. zu messen.

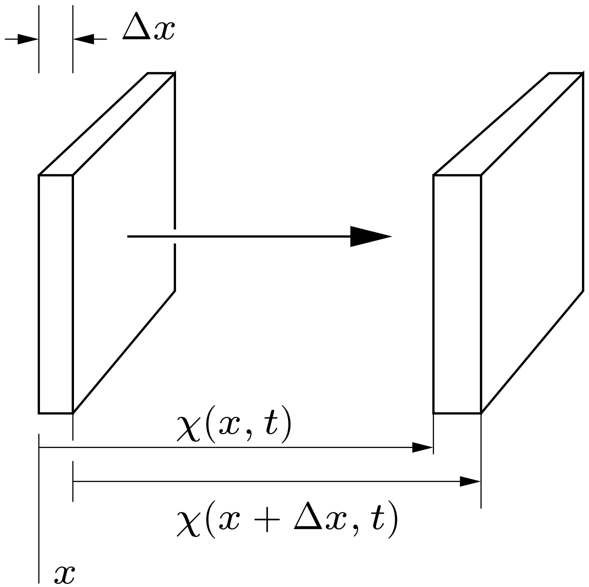
Wegen der sehr kleinen Druckamplituden, die mit Schall verbunden sind, ist es möglich, sog. linearisierte Gleichungen zu verwenden. Dichte und Druck seien also gegeben durch

$$P = P_0 + P_S \quad \text{sowie} \quad \rho = \rho_0 + \rho_S,$$

wo die Größen mit Index 0 für den ungestörten Hintergrund gelten und die mit Index S für die durch den Schall hervorgerufene Störung. Mit etwas Mathematik (nicht gezeigt) findet man, dass die Störung im Druck proportional zur Störung in der Dichte ist,

$$\underline{P_S = \kappa \rho_S}, \quad \text{wo} \quad \kappa = f'(\rho_0) = \left(\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\rho}\right)_0,$$

womit der zweite Punkt (II) abgehakt werden kann.

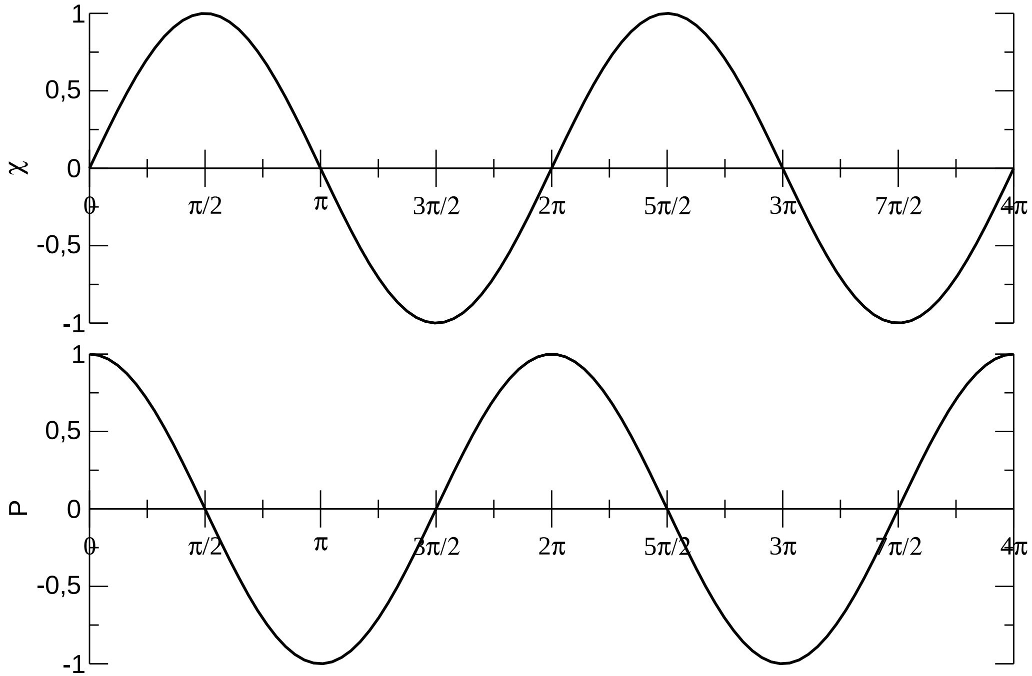


Der erste Punkt ist ähnlich einfach, wenn wir ein Kontinuitätsargument verwenden, d. h. uns überlegen, dass die Gasmenge, die Anzahl Moleküle, erhalten bleiben muss. Die Gasmenge, die sich in einer Region Δx um eine Stelle x befindet (z. B. pro Quadratmeter) ist $\Delta x \rho_0$. Wird diese Menge nun von x um $\chi(x,t)$ verschoben, so befindet sie sich jetzt zwischen $x + \chi(x,t)$ und $x + \Delta x + \chi(x + \Delta x, t)$. Ist nun ρ die neue (z. B. komprimierte) Dichte, so muss nun gelten

$$\rho_0 \Delta x = \rho \left(x + \Delta x + \chi(x + \Delta x, t) - x - \chi(x, t) \right).$$

Nun ist Δx ja klein, und folglich können wir $\chi(x + \Delta x)$ schreiben als $\chi(x) + (\partial\chi/\partial x)\Delta x$ (die partielle Ableitung ist nötig, weil χ ja von t und x abhängt). Mit etwas Rechnen erhält man dann das einleuchtende Resultat, dass ρ_S, die Dichte, zunimmt, wenn $\chi(x, t)$, die Verschiebung des ursprünglichen Luftpaketes, mit x abnimmt, wenn die Luft also komprimiert wird. Verbinden wir das mit unserer Erkenntnis über die Störung im Druck, so find wir, dass die Druckstörung gleich der örtlichen Änderung (Ableitung) der Verschiebungen (mit der damit einhergehenden Verdichtung oder Verdünnung) der Luftmoleküle ist.

Wo die Verschiebung maximal ist ($\partial\chi/\partial x = 0$), verschwindet die Druckstörung. Die Druckstörung ist also gegenüber der Verschiebung der Moleküle verschoben.



Nun brauchen wir noch eine Beschreibung der Bewegung in Folge des Druckungleichgewichtes. Eine dünne Scheibe Luft der Masse $\rho_0 \Delta x$ erfährt eine Beschleunigung $\partial^2 \chi / \partial t^2$, die entsprechende Kraft ist natürlich $\rho_0 \Delta x \cdot \partial^2 \chi / \partial t^2$. Diese Kraft muss durch den Druckgradienten entstehen, bei x wirkt in die positive

x-Richtung der Druck $P(x,t)$, bei $x+\Delta x$ wirkt in die negative x-Richtung der Druck $P(x+\Delta x,t)$, auf das Volumenelement wirkt also netto

$$P(x,t)-P(x+\Delta x,t)=-\frac{\partial P}{\partial x}\Delta x=-\frac{\partial P_S}{\partial x}\Delta x,$$

denn bei $P=P_0+P_S$ ändert sich nach Voraussetzung ja nur P_S. Also haben wir

$$\rho_0\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2}=-\frac{\partial P_S}{\partial x}.$$

Nun ist alles bekannt, wir stecken den Ausdruck $P_S=\kappa\rho_S$ in diese Gleichung

$$\rho_0\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2}=-\kappa\frac{\partial \rho_S}{\partial x}.$$

Als nächstes werfen wir mit $\rho_S = -\rho_0 \frac{\partial \chi}{\partial x}$ die Variable ρ_S raus,

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} = \kappa \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2}.$$

Was bedeutet das nun? Nun χ ist doch genau die Auslenkung der Luftmoleküle. die Auslenkung einer Schwingung haben wir vorhin **Amplitude** A genannt, also haben wir die sog. **Wellengleichung** gefunden:

$$\boxed{\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = c^2 \ \frac{\partial^2 A}{\partial x^2}.}$$

Die Welle breitet sich nach links oder rechts in x-Richtung mit der Geschwindigkeit c aus. Die Wellengleichung gilt übrigens viel allgemeiner nicht nur für ein Gas, sondern insbesondere auch für Licht, Schwingungen in Festkörpern, Flüssigkeiten, Oberflächenwellen, etc. In drei Dimensionen lautet sie, nur scheinbar einfacher,

$$\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = c^2\ \Delta A.$$

Die Schallgeschwindigkeit c gibt an, wie schnell sich ein Wellenberg von links nach rechts oder umgekehrt bewegt. Sie heisst auch **Phasengeschwindigkeit**, weil in diesem Falle die Phase der Welle sich so schnell bewegt. Denn für zwei benachbarte Wellenberge bei x_1 und x_2 gilt

$$\lambda = x_2 - x_1 = v_{\mathrm{Ph}}/\nu,$$

wo λ die Wellenlänge und ν die Frequenz der Welle ist. Also gilt auch

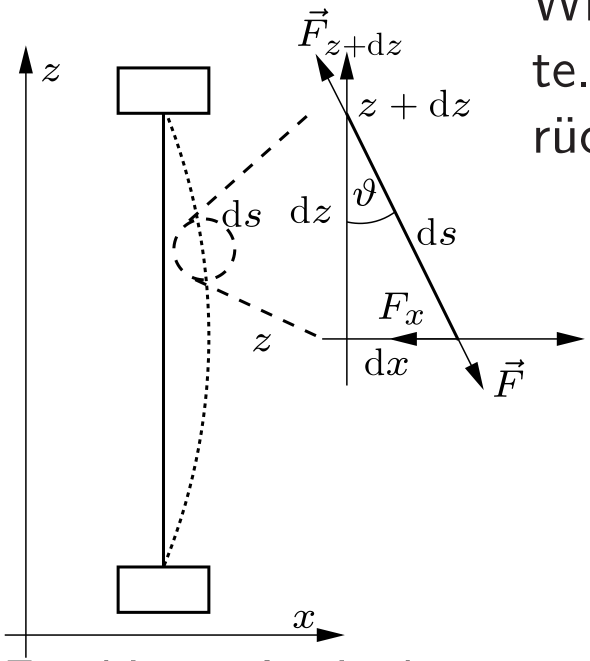
$$\lambda = v_{\mathrm{Ph}}/\nu,$$

eine wichtige Beziehung, die wir auch schon verwendet haben. Dabei gilt

$$v_{\mathrm{Ph}}^2 = c^2 = \gamma \frac{P}{\rho} = \lambda^2 \nu^2.$$

Bei konstantem Druck ist die Schallgeschwindigkeit also invers proportional zur Wurzel aus der Dichte, die Frequenz nimmt bei konstantem Druck mit abnehmender Dichte zu. Dieser Effekt ist bei Berufstauchern bei Einsätzen in der Tiefsee gut bekannt. Bei diesen wird dem Sauerstoff ('Atemluft') Helium statt Stickstoff beigemischt. Die Dichte von Helium ist geringer als die von Stickstoff, also wird die Frequenz erhöht.

Eine gespannte Saite



Wir betrachten nun eine in $x-$-Richtung ausgelenkte Saite. Auf ein infinitesimales Längenelement $\mathrm{d}s$ wirkt eine rücktreibende Kraft in x-Richtung

$$
\begin{aligned}
\mathrm{d}F_x &= (F\sin\vartheta)_{z+\mathrm{d}z} - (F\sin\vartheta)_z \\
&= (F\sin\vartheta)_z + \frac{\partial}{\partial z}(F\sin\vartheta)\,\mathrm{d}z - (F\sin\vartheta)_z \\
&= \frac{\partial}{\partial z}(F\sin\vartheta)\,\mathrm{d}z
\end{aligned}
$$

Für kleine Auslenkungen ist der $\sin\vartheta \approx \tan\vartheta = \partial x/\partial z$, womit wir oben haben

$$\mathrm{d}F_x = F\frac{\partial^2 x}{\partial z^2}\mathrm{d}z.$$

Ist μ die Masse der Saite pro Längeneinheit, so muss wegen $\mathrm{d}s \approx \mathrm{d}z$ und dem zweiten Newtonschen Gesetz gelten

$$\mu \, \mathrm{d}z \, \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = F \, \frac{\partial^2 x}{\partial z^2} \mathrm{d}z.$$

Dies ist auch wieder eine Wellengleichung; die **Phasengeschwindigkeit** der Welle ist

$$v_{\mathrm{Ph}} = \sqrt{\frac{F}{\mu}}.$$

Halten wir nun die Länge der Saite fest und erlauben nur die Grundschwingung, z. B. durch Streichen eines Bogens, so muss also ν wegen $v_{\mathrm{Ph}} = \lambda \nu$ bei zunehmender Kraft steigen - der Effekt, der bei Saiten einer Gitarre oder Geige, etc. zum Stimmen ausgenutzt wird.

Reflexion von Wellen, stehende Wellen

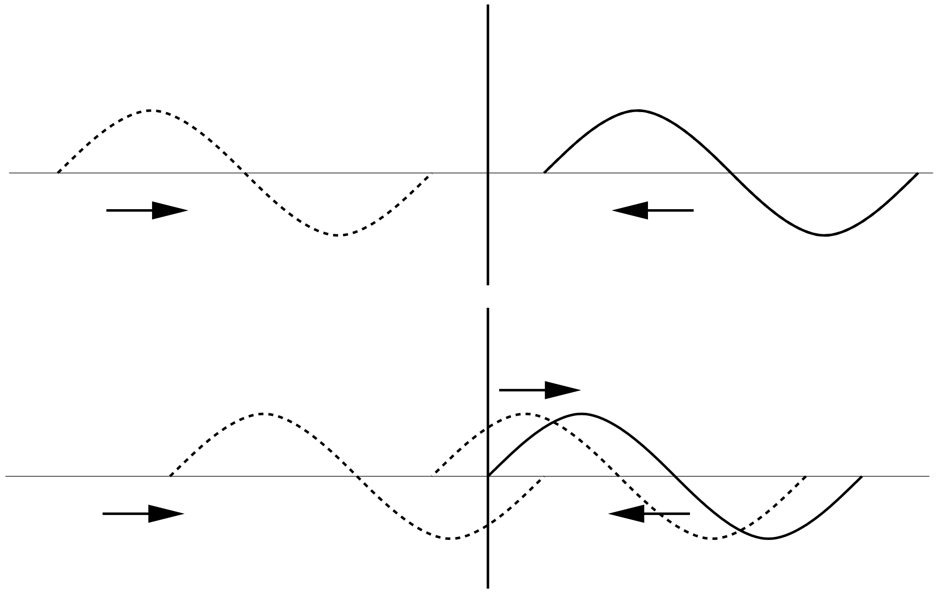
Wir haben bereits diskutiert, dass die Überlagerung von Wellen linear geschehen soll, jedenfalls solange die Amplituden klein sind (Superpositionsprinzip). Betrachten wir nun eine Welle A_1, die sich in $-x$-Richtung bewegt und bei $x = 0$ auf eine reflektierende Stelle stößt. Sie kehrt dann als Welle A_2 zurück, die **Superposition** (Überlagerung) der beiden Wellen lautet daher

$$\begin{aligned} A_1 + A_2 &= A\sin(\omega t + kx) + A\sin(\omega t - kx + \varphi)\,, \\ \Bigg(\quad &= 2A\sin\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right)\,\cos\left(-kx\, - \frac{\varphi}{2}\right) \quad \Bigg) \end{aligned}$$

wo eine mögliche Phasenverschiebung φ berücksichtigt wird. Diese muss durch die Randbedingungen festgelegt werden.

Die Reflexion lässt sich als Superposition von zwei gegenläufigen Wellen auffassen.

Lassen wir ein Seil mit einem freien Ende schwingen, so kann es dort um die volle Amplitude ausgelenkt werden. Wird es an diesem Ende aber festgehalten, muss die Amplitude der Schwingung dort verschwinden (für immer, d. h. alle Zeiten t).



Beim freien Ende lautet die Randbedingung $A(x = 0) = 2A_0$, folglich muss $\phi = 0$

gelten, also

$$A(x,t) = 2A_0 \sin(\omega t) \cos(-kx),$$

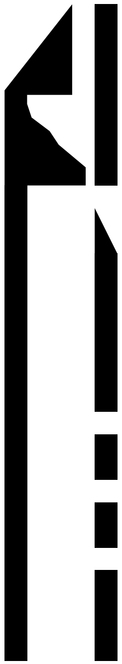
d. h. am freien Ende tritt kein Phasensprung auf.

Am festen Ende hingegen, muss gelten, dass $A(x=0) = 0$ und folglich $\phi = \pi$, also

$$A(x,t) = 2A_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(-kx - \frac{\pi}{2}\right),$$

bei der Reflexion am festen Ende tritt also ein Phasensprung von π auf.

Bei der stehenden Welle bilden sich Wellenbäuche und -knoten aus. Letztere lassen sich im Zweidimensionalen sichtbar machen z. B. mit Sand, der sich stabil nur entlang der Knotenlinien aufhalten kann. An allen anderen Orten wird er wegen der Bewegung der Memran wegbewegt (Chladnysche Klangfiguren). In einer Dimension können die hörbar gemacht werden mit dem Quinckeschen Resonanzrohr, einem mit einem variablen Wasserstand gefüllten Glasrohr, welches durch einen Lautsprecher beschallt wird. Ist die Länge im freien Glasrohr $L = (2n+1)\lambda/4$, so tritt Resonanz auf – der Schall wird hörbar lauter.



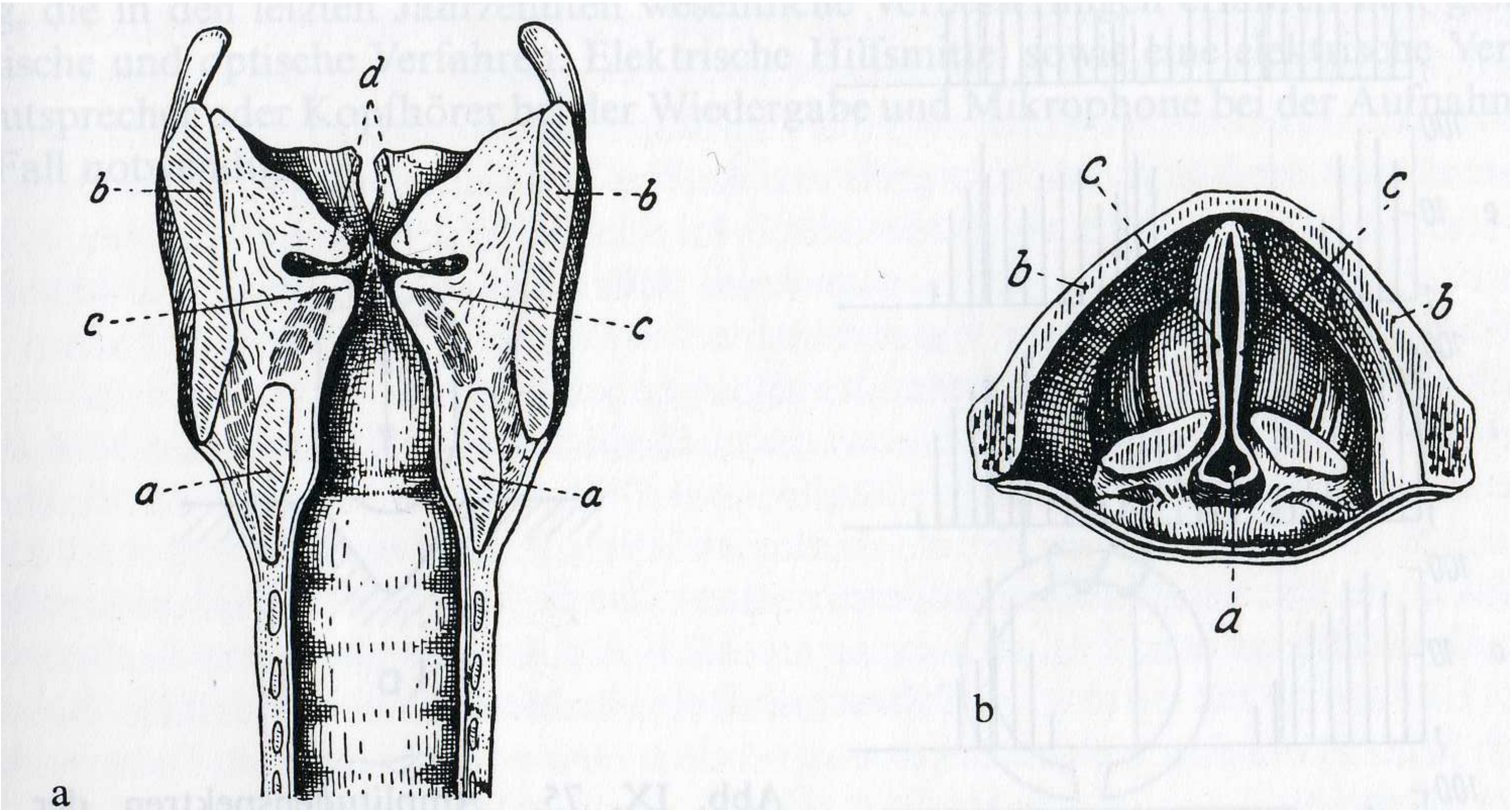
Ein Rohr ist auch die einfachstmögliche Realisierung eines Blasinstrumentes. Auch hier bilden sich stehende Wellen aus. Bei einem geschlossenen Ende muss die Amplitude der Schwingung verschwinden, am offenen Ende muss der Druck konstant sein (was könnte er den sonst?), weil die Schwingungen gegenüber dem Druck phasenverschoben sind, verschwinden sie dort eben nicht - das Pendant zum freien Seilende.

Eine andere Realisierung ist die Pfeife oder die Flöte. Die Länge der schwingenden Luftsäule wird durch die Löcher (mit Fingern zu- und abdeckbar) definiert. Durch diese findet ein Druckausgleich mit der Umgebung statt – hier muss also der Druck konstant sein, was, wie bereits gesehen, einen Wellenbauch bedeutet.

Die möglichen stehenden Wellen in einem Rohr, bzw. einer Saite sind gegeben durch die Länge des Rohres, die Frequenz der entstehenden Welle wird durch das Material bestimmt. Bei einer Saite haben wir gesehen, dass die Phasengeschwindigkeit gegeben ist durch $v_{\mathrm{Ph}} = \sqrt{F/\mu}$, in einem Gas der Dichte ρ durch $v_{\mathrm{Ph}} = \sqrt{\gamma P/\rho}$. Die Frequenz der Stimme beim Einatmen von Helium wird deutlich erhöht, was z. B. bei Tiefseetauchern zum Berufsalltag gehört.

Hier wird das Rohr durch den Kehlkopf gebildet, die Anregung mit einer bestimmten Frequenz geschieht mit den Stimmbändern. Die an ihnen vorbeistreichende Luft führt, entsprechend der Spannung der Stimmbänder, zu Tönen einer bestimmten Frequenz. Weil die möglichen resonanten Wellenlängen durch die Dimension des Kehlkopfes gegeben sind, muss sich, bei veränderter Phasengeschwindigkeit, die Frequenz des hörbaren Tons verschieben.

Der menschliche Kehlkopf



Überlagerung von zwei Schwingungen - Schwebung

Zwei Schwingungen lassen sich auch überlagern, man spricht dabei von Superposition von zwei Schwingungen,

$$
\begin{aligned}
x_1 &= a_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1), \\
x_2 &= a_2 \sin(\omega_2 t + \phi_2), \\
x_3 &= x_1 + x_2 = a_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) + a_2 \sin(\omega_2 t + \phi_2).
\end{aligned}
$$

Bei der Superposition spielen also sowohl die Frequenz, die Amplitude wie die Phase eine entscheidende Rolle für die entstehende Schwingung. Der wichtigste Spezialfall ist der der sog. Schwebung. Wir betrachten zwei Schwingungen derselben Amplitude, aber mit etwas verschiedener Frequenz (und der Einfachheit halber verschwindender Phase):

$$x_1 = a \sin \omega_1 t, \quad x_2 = a \sin \omega_2 t.$$

Nach dem Additionssatz für den $\sin$

$$x(t) = 2a \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right),$$

also eine Modulation einer hochfrequenten Schwingung durch eine niedrigfrequente Schwingung.

Gekoppelte Pendel

Zwei Pendel mit Federkonstanten D seien zusätzlich aneinander gekoppelt durch eine Feder mit D_{12}.

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_1 &= -Dx_1 - D_{12}(x_1 - x_2) \\ m\ddot{x}_2 &= -Dx_2 - D_{12}(x_2 - x_1) \end{aligned}$$

Gekoppelte Differentialgleichungen! Durch Addieren und Subtrahieren erhält man zwei neue Gleichungen,

$$\begin{aligned} m(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) &= -D(x_1 + x_2) \\ m(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_2) &= -D(x_1 - x_2) - 2D_{12}(x_1 - x_2), \end{aligned}$$

was dazu einlädt, neue Variablen $\xi^+ = (x_1 + x_2)/2$ und $\xi^- = (x_1 - x_2)/2$

einzuführen.

$$\begin{aligned} m\ddot{\xi}^+ &= -D\xi^+ \quad \text{mit} \quad \omega_1^2 = \frac{D}{m} \\ m\ddot{\xi}^- &= -(D+2D_{12})\xi^- \quad \text{mit} \quad \omega_2^2 = \frac{D+2D_{12}}{m} \end{aligned}$$

Separierte Lösungen ξ^+ und ξ^- können zurücktransformiert werden nach $x_1 = \xi^+ + \xi^-$ und $x_2 = \xi^+ - \xi^-$, und führen zu einer Schwebung.

$$\begin{aligned} x_1 &= 2A\cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t + \frac{\phi_1-\phi_2}{2}\right)\cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t + \frac{\phi_1+\phi_2}{2}\right) \\ x_2 &= -2A\sin\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t + \frac{\phi_1-\phi_2}{2}\right)\sin\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t + \frac{\phi_1+\phi_2}{2}\right). \end{aligned}$$

Die Spektralzerlegung nach Fourier

Mehrere Schwingungen können ebenfalls überlagert werden,

$$x(t) = \sum_n a_n \sin(\omega_n t + \phi_n).$$

Solange die Frequenzen untereinander rationale Verhältnisse aufweisen, so entsteht daraus immer eine periodische Schwingung! Umgekehrt lässt sich jede periodische Funktion $x(t) = x(t+T)$ immer in eine Summe der obigen Form bringen, in der die Frequenzen $\omega_n = n\omega_1$ erfüllen! Eine solche Zerlegung eines Signals heißt **Fourierzerlegung**, die obige Gleichung stellt eine **Fourierreihe** dar. Fourierzerlegungen sind ein äußerst wichtiges Werkzeug der Physik. Nicht-periodische Funktionen können durch sog. Fourierintegrale behandelt werden (siehe EMMP oder später).

Die Resonanzfrequenz einer Saite lässt sich umgekehrt auch verwenden, um die Frequenz eines Tones zu bestimmen. Spannt man mehrere sonst identische Saiten immer ein wenig anders, so lassen sich von einem Ton die verschiedenen Obertöne bestimmen; versuchen Sie es mit einem Klavier – singen Sie laut einen Ton, das Klavier übernimmt ihn. Eine andere Möglichkeit ist die Verwendung von Blattfedern mit verschiedenen Eigenfrequenzen.

Mathematisch lässt sich diese Idee durch die sog. Fourierzerlegung oder Fourieranalyse realisieren. Dabei wird eine Schwingung ausgedrückt als eine Summe von unendlich vielen harmonischen Schwingungen.

Der Vorteil der mathematischen Behandlung liegt u. a. an der Möglichkeit, einen Ton mit einem Mikrophon aufzunehmen und ihn dann anschließend auf einem PC nach seinen Frequenzen zu analysieren. Es ist nicht notwendig, ein Klavier mitzuschleppen. Dabei stellt man fest, dass es eigentlich sehr wenige “reine” Schwingungen im Sinne von reinen harmonischen Schwingungen gibt - diese werden in der Regel sogar als unangenehm empfunden! Angenehme Klänge, wie z. B. die menschliche Stimme, setzen sich stets aus mehreren Frequenzen zusammen, eine Grundfrequenz, der Grundton, und mehrere “harmonische” Frequenzen, die Obertöne. Die verschiedenen Vokale klingen anders, sie haben auch eine andere Frequenzverteilung. Diese wird, bei gleichbleibendeer Anregung durch die Stimmbänder und Kehlkopf, durch Veränderung anderer Resonanzkörper (Mund-, Nasen- und Rachenhöhle) erreicht.

Ferner gibt es Tonkombinationen, die für uns angenehm klingen (obwohl dies auch eine Gewöhnungsfrage ist!). Diese sind stets aus festen Frequenzverhältnissen gebildet, in der Musiklehre haben diese vorgegebene Namen, z. B. Oktave für ein Frequenzverhältnis von $2 : 1$, Quinte für $3 : 2$, Quarte für $4 : 3$, etc. Dass diese Kombinationen angenehm klingen ist auch wieder auf das Auftreten von Obertönen zurückzuführen.